dicit paupertatis pretextu vo
buiusmodi palliare. nam illa in
non sic ca

[illegible]

[illegible]

[illegible]

# IOAN. BVTEONIS LOGISTICA, QVÆ & Arithmetica vulgò dicitur in libros quinque digesta: quorum index summatim habetur in tergo.

EIVSDEM,

*Ad locum Vitruuij corruptum restitutio, qui est de proportione lapidum mittendorum ad balistæ foramen, Libro Decimo.*




LVGDVNI,

*APVD GVLIELMVM ROVILLIVM,*

SVB SCVTO VENETO.

*M. D. LIX.*

*Cum priuilegio Regis.*

*Extraict du priuilege du Roy.*

IL est permis à maistre Iehan Buteo Commãdeur de l'ordre Sainct Antoine, d'imprimer ou faire imprimer vn liure par luy composè en Latin, intitulè, Logistica, quæ & Arithmetica vulgò dicitur, in libros quinque digesta. Faisant inhibition & defence à tous autres Imprimeurs & Libraires de non imprimer, ou faire imprimer, ne mettre en vente ledit Liure sans le cõgè & permission d'iceluy Buteo, iusques à dix ans commençans apres ceste presente edition, sur peine de confiscation desdicts liures & d'amende arbitraire. Comme plus à plain appert par les lettres de priuilege, sur ce donnees le xxii. de Ianuier 1553. & seellees du grand Seau en cire iaulne à simple queue: aussi signees

*Par le Roy, Le Seigneur D'Auanson maistre des Requestes ordinaires de L'hostel present.*

*De Lomenie.*

## QVINQVE LIBRORVM LOGISTICAE CAPITA.

### Liber I.



### Liber II.

Procemium. De quadraturæ principiis atque figuris. De numeratione, additione, & subtractione quantitatum. De multiplicatione quantitatum inter se, & in numeros. De multiplicatione additamentorum Plus, & Minus.

De multiplicatione quantitatum cum additamẽtis Plus, & minus. De partitione quãtitatum inter se, & in numeros. De partitionibus additamentorum Plus, & Minus. De partitione quantitatum cum additamentis Plus, & Minus. De Canone simplici, super quo fiunt problemata 38.

De tribus compositis Canonibus. Primi Canonis exemplum. Secundi Canonis exemplum. Tertij Canonis exemplum. Trium Canonum versus. An in quadratura Canones compositi plures tribus esse posint. De regula quantitatis.

Liber quartus Logisticis quæstionibus 92 concluditur.

Quintus autem liber quæstiones ad quadraturam pertinentes continet numero 65, quarum nouem posteriores Logisticæ fines excedunt.

# IO. BVTEONIS LOGISTICAE LIBRI PRIMI.

## PROOEMIVM.

ARTEM computandi vsibus humanis non solùm cõmodã, sed necessariã prorsus neminẽ puto sanæ mẽtis velle negare. Huius autẽ meditatio primùm apud Latinos fieri cœpit per lapillos, qui calculi dicũtur. Vnde calculũ ponere, pro cõputare, ab antiquo perdurauit, & pro rationibus calculi, nomẽq; calculator. Olim etiã quò magis esset in prõptu cõputatio, ac veluti semper ad manũ, artifici quodã gestu digitorũ vulgò signari, & intelligi solebat. Adeo quidẽ vt si quis vel aliàs consummatus orator, in colligendis summis ab hac chironomia paululũ aberrasset, eò statim indicio censeretur indoctus, sed à multis iam seculis modus iste manualis penitus obsoleuit, et eam, quæ fit per notas, numerationẽ ab initiis rudibus Græci, sicut et cæteras artes, literis excoluerunt, cõsummatãq; vocarunt Logisticẽ. Quod nomẽ ratiocinatio latinè valet. Inter huius authores Archimedẽ inuenio. Is enim in Psammitide prodigioso cõputationis arenæ numero coactus necessariã sibi Logisticæ partẽ repetit ex eo libro, quẽ scripserat ad Zeuxippũ. Fuit etiã alter nomine Magnus in hoc genere scriptor, de quo meminit

*Eutocius Ascatonita in cōmentario super Archimedis dimēsione circuli. De alijs autē nō est facta, quā viderim, mentio speciatim. Nā inter multa veteris sapiētiæ monumēta, quibus posteros lōginqui tēporis iniuria fraudauit, huiusmodi quoque scripta omnia, nō mediocri dāno nostro perierūt. Et perijsset ars ipsa fortasse, nisi nobis adhuc Arabicæ gentis industria perstaret. Etenim sicut aliquādo fuit, in versandis atq; vertēdis in suā linguā Græcis ea natio diligēs, ita postea seculū quoddā miserū successit, quo Latini Græcorū fonte relicto, & Arabicos sectati riuulos disciplinas hauriebāt. Adhuc enim, et in Philosophia, et in Mathematicis opera Græcorū ex Arabica lingua in latinum versa passim legimus, quod et character ipse sermonis, et vocabula quædā relicta manifestāt. Imprimísque nomē ipsum artis quā profitemur, qui vulgò dicitur Algorithmus, & hunc titulū multi suis operibus indiderūt. Nōnulli tamē recentiorū scripta sua Logistica, Arithmeticas inscribere malunt. Nō ferè leuius improprietate, quā alij barbarie peccātes. Tractat enim Logistica numeros ab Arithmetica more diuerso, sicut videre est in Arithmeticis libris Euclidis, Nicomachi, Boetij, Iordani. Et ita differt ab Arithmetico Logisticus, sicut Mēsor à Geometra, et Cātor à Musico. Nullus tamē adhuc istorū (quantū viderim) arti, quā profitetur, antiquū, propriúmq; nomē adhibuit. Nec ipse quidē Lucas Italus, qui longè omniū optimè simul & copiosissimè scripsit idiomate suo. Quē proximè doctrina sequitur*

tur Stephanus à Rupe Lugdunẽsis, in opere suo lingua nostra Gallica cõposito. Præter hos autẽ multi satis in hãc materiam, diuersis linguis, libellos ediderunt, quæ sunt in arte facilia prosequuti verbosius, subtilius autẽ recõdita, ad inscitiæ velamẽ dissimulãtes. Nec desunt etiã qui prauo nouãdi ad ostentationẽ studio multa supervacuè nulliúsque momẽti obscuritatis affectatæ miscuerunt, quorũ nõnulla suis locis ostendã. Ac vtroque vitio laborãt potissimùm qui Latinè scripserunt. Sic vt huius laus gloriaque magisterij (quod fateri certè piget) in aliorũ adhuc possessiõe cõsistat. Ego igitur ipse disciplinarũ ab adolescẽtia sectator pudoris stimulo cõcitus, vt in hoc publico studiorũ dedecore aliquo venirẽ subsidio nostris, regulas logisticæ, traditionésque necessarias, nec nõ & exẽpla quæstionũ, exercitio requisita, quãta potui facilitate diligẽter explicui, destinatis voluminibus, ordine suo cuncta disponẽs reiectis vbique superfluis. Data est insuper à nobis opera, vt antiquas, et Græcas (vbi Latinæ desunt) arti voces redderemus, in quarũ locũ peregrinæ successerãt, et in ea maximè parte, cui nõdũ est aliud quàm Arabicè nomẽ Algebra. Vnde sunt qui putẽt ab Arabibus inuentã. Ego autẽ conseruatã, magis quã inuentã existimo, vel ea solũ cõiectura, quòd Euclides in Elemẽtis libro secũdo ad hãc fundamẽta disponat, vnde structurã totam consurgere, quisquis sedulò scrutabitur, inueniet. Et calculi genus est planè Geometricũ, ad eas quãtitates potissimè spectãs, quæ dicuntur irrationales, ita tamẽ vt

*ſupputationibus etiã numerorum artificioſis accommodetur, prout in ſequentibus vno & altero libro particulatim oſtendam.*

De figuris & notatione numerorum.

M*Onas eſt, ſecundum quã vnũquodque eorũ quæ ſunt vnũ dicitur. Numerus aũt, ex monadibus cõpoſita multitudo. Ita definit Euclides in elemẽtis. Monadẽ Boetius, et eũ ſequuti malè verterunt vnitatẽ, cũ ſit vnitas ſimilitudo, vel cõcordia, ſiue coadunatio, vel id quod Græcè dicitur* ἕνωσις *potius quã numeri principiũ. Vitruuius autẽ* μόναδες *interpretatur, res ſingulares. Sed vtendũ cẽſeo voce græca potius quàm paraphraſi nõ admodũ propriè. Et quãuis monas nõ ſit numerus, in omni tamẽ Logiſtica ratione vim, & effectum parẽ numeris obtinet. Quorũ notatio ſecũdùm Græcos, Latinos, et Arabes, nõ ſolùm figuris, verùm etiã aliàs diuersè procedit, ita vt Latina modos artis nõ recipiat, Græca verò, ſi facilitatẽ ſpectes, multũ cedit Arabicæ. Quare iãdiu receptũ eſt, vſu lõgo gẽtium, vt Arabicis decẽ figuris numeri ſignẽtur. Et ſunt huiuſmodi* 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. *Quæ cùm interpoſitis pũctis, ſingulæ diſtinguuntur, ſicut in hoc loco ita ſignificant. Vnum, duo, tria, quatuor, quinq;, ſex, ſeptẽ, octo, nouẽ. Vltima autẽ, cui nomẽ eſt Arabicè zero (à ſimilitudine tamẽ rectè dici poſſit omicrõ) nulli per ſe valet numerũ, ſed ordinẽ locorũ tenẽs valorẽ auget in alijs. Cùm verò ſola ponitur, ſignificat nil. Omnẽ porrò numerũ infrà decẽ, barbari vocãt digitũ. Ego autẽ dicã monadicum, eo reſpectu*

*ſpectu,quòd vna ſolũ figura notetur. Omnes prætereà numeros,qui monadicũ decuplãt,iſti vocãt articulos. Sed magis ſignificãter,et propriè nomino decades, veluti ſunt decẽ,viginti,triginta,quadraginta,quinquaginta,ſexaginta,ſeptuaginta,octoginta,nonaginta. Quas notabis ordine iã poſito figurarũ addẽs ad ſingulas omicrõ puncto ſequẽte,ſic* 10,20,30,40,50,60,70,80,90.*Et ita ſemper diſtinctionẽ per puncta facies,cùm plures vno cõtextu ſummæ ſcribũtur. Omnes autẽ alij intra cẽtum numeri decade cõſtant,et monadico,velut vndecim,duodecim,tredecim, quatuordecim,quindecim,ſexdecim,et reliqui deinceps,duabúſq; figuris notãtur in hũc modũ,*11,12,13,14,15,16.*Et numeri tales dicũtur miſti. Cùm autẽ pertigeris ad centũ, quod eſt decies decẽ,opus erit ad notationem monade, appoſitis duobus omicron,ſic* 100.*Et omnes numeri intra centũ et mille,tribus notis figurãtur. Vtpote ſi fuerit opus ſignificare centũ triginta, et ter centũ quadraginta duo,figurationẽ ita facies,*130,342.*Ipſum autẽ mille(quod eſt decies cẽtũ,et maximus numerorũ quẽ vno verbo Latinè poſſis exprimere)notis quatuor deſignatur,monade ſcilicet,et tribus omicrõ ordine poſitis in hanc formã,*1000. *Et ita deinceps figuris quatuor ſignatur omnis multitudo,donec ſit peruentũ ad millia decẽ. Quẽ numerũ Græci dicunt vno verbo myriada, nec maius aliud habẽt in numeris vocabulũ. Notabitur autẽ ipſa myrias quinq; figuris,hoc modo,*10000.*Patet itaque quẽadmodũ figuræ numerorũ ſimul poſitæ,*

tenore cōtinuo. semper decuplādo sese procedāt. Quarū tamē ordinatio, secundū artē, alio censetur more, quàm scribatur, aut proferatur, hoc est retrogrado. Verbi gratia, numerus mille tercentū quinquaginta quatuor, eo quo profertur ordine scribitur, scilicet figuris quatuor, quarū prima est monas, altera tria, sequēs quinq;, vltima quatuor, sic 1354. Ipsum tamē quatuor primū locū tenet in ordine, quinq; secundū, tria tertiū, et monas quartū. Et ita perpetuò in serie figurarū, hoc est nō distinctà punctis, à dextera sinistrā versus progreditur ordo, & quæ dexterior est sinisteriorem præcedit, fitq; semper accessus decupli cōtinuè loci sequentis ad præcedētē. Prima quoq; dicitur, quæ primū locū tenet, secūda, quæ secundū, et ita deinceps. Igitur figura cōsistēs in primo loco valet seipsā, in secūdo valet seipsā decies, in tertio centies, in quarto millies, in quinto decies millies, in sexto centies millies, in septimo decies cēties millies, quod est millies mille, ac vulgo recepta voce, dicitur millio. Et ita semper nectēdo seriē ad infinitū decuplatio crescit. Dat quoq; multiplicatio talis cōueniētia figuris nomina, nā prima dicitur monadica, secūda decas, tertia cētenaria, quarta milliaria, quinta decas milliariæ, sexta cētenaria milliariæ, septima millio, octaua decas millionis, nona cētenaria millionis, decima millio milliōis. Et in hūc modū ad quotlibet sequētia loca per decades, et cētenarias millionū repetitorū aptari poterūt nomina figuris. Quæ quidē nomēclatura statim indicabit, quid vnaquæque figura loco suo valeat.

*Verbi causa, disponãtur ordinatim ipsæ decẽ figuræ numerorũ, ita vt locum primũ teneat omicron, & vltimum monas, sic 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0. Quoniam igitur prima figura per se est nihil, valet seipsam, quod est nihil. Secunda autẽ, quia per se est nouẽ, & positione decas, valet ipsa nouẽ decades, id est, nonaginta. Tertia autem, quia per se est octo, & positione centenaria, valet octiescentum, hoc est, octingenta. Quarta verò, quia milliaria, valet septem millia. Item quinta, quia decas milliariæ, valet sexaginta millia, vel more Græco, sex myriadas. Sexta verò, quia centenaria milliariæ, valet quingenta millia. Septima autẽ, quia millio, valet quatuor milliones, quod est quater millies mille, vel sicut prisci loquebãtur, quadragies centena millia. Octaua autem, quia decas millionis valet triginta milliones. Nona ducẽtos milliones. Decima, & vltimà valet mille milliones. Dicemus igitur in hac summa cõtineri, mille ducẽtos triginta quatuor milliones, quingenta sexaginta septẽ millia, octies centum nonaginta. Hunc etiam numerum per myriadas, si libeat, ita loquemur. Duodecim myriades myriadũ, ter mille quatercentũ quinquaginta sex myriades, septẽ millia, octies centũ nonaginta. Huiusmodi autẽ summas grãdiores, si quis per millia tantum conetur exprimere, nimia repetitione millium, & auribus molestiã, & intelligentiæ caliginem offundet. Quare vocabulum millio, quanuis non sit*

*ita latinum, nequaquã tamen reijciendum prorsus ab arte. Ex istis itaque satis (vt opinor) apparet, quemadmodum per Arabicas decem figuras omnis numeratio facilè notetur.*

## De additione.

*IN opere Logistico numeri tractantur modis quatuor potissimùm, de quibus ordine dicam, prout alius alium natura, facilitatéque præcedit. Primum igitur locũ tenebit additio, quæ est duorũ, plurúmve numerorum in vnam summã collectio. Ea fit prout exemplo sequitur. Sint dati tres numeri 5473, 4214, 102, quos oporteat addere simul. Primò disponantur ipsi tres numeri, ita vt in vnam lineam rectam, veluti perpẽdicularem, omnes eiusdem nominis figuræ sibi respondeant, hoc est, monadicæ monadicis, decades decadibus, centenariæ cẽtenarijs, milliariæ milliariis, & sic deinceps. Facta autem dispositione sicut dixi, & exẽplar hîc in margine pono, agatur sub infimo versu numerorũ linea, veluti paral lelos versibus figurarũ, & à primis inci piendo, ipsarum additionem memoriter ita facies, 2 & 4, fit 6, & 3, fit 9. Pone 9 infrà lineã directè sub monadicis figuris. Deinde procedens ad secundas, quæ sunt decades, ipsas addè simul, perinde ac si essent monadicæ, dicendo 1 & 7 fit 8. Pone 8 secundo loco rectè sub decadibus infrà lineam. Addens posteà cent*

| |
|---:|
| 5473 |
| 4214 |
| 102 |
| 9789 |

*centenarias more præcedentium, habebis 7, quod loco tertio poni debet post 8 sub centenarijs. Addens postremò milliarias habebis 9, disponendum quarto loco post 7 directè sub milliarijs. Et sic perfecta est additio de tribus numeris datis, quorum summa est quæ sub linea iacet, & est 9789. Cùm autem ex additione figurarū proueniunt decades, vel mistus numerus, tunc erit operatio paululùm à superiore diuersa, cuius exemplum sit huiusmodi. Dentur tres numeri, quos oporteat addere simul, scilicet 3963, 2651, 9786. Dispositis numeris sicut antea docui, incipiens à primis figuris dicito, 3, 1 & 6, fit 10. Pone 0 primo loco infra lineam directè sub 6, ita dicens, pono 0, et teneo 1, deinde veniens ad secundas figuras dic 1, quod teneo, & 8, fit 9, & 5 fit 14, & 6 fit 20. Pone 0 secundò loco rectè sub 8, dicendo, pono 0, & teneo 2.*

| |
|---|
| 3963 |
| 2651 |
| 9786 |
| 16400 |

*Post hæc veniens ad centenarias dicito, 2 quod teneo, & 7 fit 9, & 6 fit 15, & 9 fit 24. Pone 4 tertio loco sub 7, dicendo, pono 4, & teneo 2. Postremò veniens ad milliarias, dic, 2 quod teneo, & 9, fit 11, & 2, & 3 fit 16. Pone 6 quarto loco rectè sub 9, & 1 quinto loco post 6. Habes igitur 16400, pro summa additionis propositæ. Et ita semper cùm ex additione figurarū eiusdem nominis proueniunt decades, vel numerus mistus*

*ſtus, poni debet vna figura ſuo loco, & altera mente retenta additur ſequentibus. Alium addendi modum ordine priori contrarium indicabo, quem Logiſtarum adhuc tradidit nemo. Reſumatur additionis figura proximè ſuperior tota præter ſummam. Et initium faciens ab vltimis figuris, quæ ſunt 9. 2. 3, inuenies addendo fieri 14, quem numerum infra lineam ſcribito, ſic vt ipſum quatuor rectè ſubiaceat ipſi 9, et ſcribatur 1 quinto loco poſt 4. Colligens deinde loci ſequentis figuras habebis 22. Pone 2 ſub 4, & 2 ſub 7. Additis poſtea decadibus proueniunt 19, ſcribe 1 ſub 2 loco tertio, & 9 ſub 8. Poſtremo collectis Monadicis, fit 10. Pone 1 ſub 9, & 0 ſub 6.*

| |
|---:|
| 3963 |
| 2651 |
| 9786 |
| 14290 |
| 211 |
| 16400 |

*Ducatur linea priori veluti parallelos, includens huius collectionis octo figuras, quibus additis, ſicut primùm docui, diſpoſitiſque ſub inferiori linea, fit ſumma 16400, ſicut antea. Hic autem poſterior modus addendi quanuis egeat altero, & ſit prolixior, minus tamen obnoxius errori, in quem facilè cadunt, qui numeros tractant, præſertim grandiores. Propterea ſemper oportet, vt additione peracta, reiteratio fiat intra mentem, diſquirendo ſollicitè per*

*ſingu*

*ſingulas ſummæ figuras, num ſit erratum in aliquo, nec eſt alia commodior in additionis opere probatio. Cæterum ſi fuerit in numeris addendis ſeries longior, ne memoriæ fiat confuſio, poterit ipſa diſiungi in quotlibet partes, quibus additis ſingulatim ipſarum ſummæ poſtea colligantur in vnum, ſicut hic exemplum appoſui de numeris quorum ſeries ad monadicas figuras quatuordecim extenditur, quas cum ſuis decadibus, & centenarijs in duas partes ſegregaui, quarum primæ ſumma facit 5 9 7 9, alterius 1 9 9 1, & ambæ ſimul conficiunt 7 9 7 0, quæ ſumma eſt totius ordinis numerorum propoſiti. Sed quo melius dictorum intelligentia conſtet, aliquot additionum formulas, vtroque modo diſpoſui.*

*Iſta enim commodiſſimè diſcuntur exemplis, et exercitatione habentur in promptu.*

785

| | | | |
|---|---|---|---|
| 785 | 57034 | 66123 | 80214 |
| 897 | 2179 | 5781 | 52301 |
| 974 | 802 | 7902 | 4232 |
| 659 | 320 | 79806 | 136757 |
| 978 | 60335 | | |
| 789 | | | |
| 897 | | | |
| 648 | | | |
| 565 | | | |
| 644 | | | |
| 83 | | | |
| 38 | | | |
| 9 | | | |
| 4 | | | |
| 1991 | | | |
| 5979 | | | |
| 7970 | | | |

| | |
|---|---|
| 45607 | 523024 |
| 89081 | 810243 |
| 24623 | 956325 |
| 57904 | 678102 |
| 83800 | 795431 |
| 64120 | 789904 |
| 78004 | 57875 |
| 400029 | 4278784 |
| 4311 | 33212 |
| 443139 | 4610904 |

## De ſubtractione.

*Subtractio numeri à numero eſt vnius ſecūdùm alterū diminutio, qua peracta tertius numerus procedit, quod reſiduū vocatur, et eſt differētia duorū inter ſe numerorum. Hæc operatio nihil eſt aliud quàm reſidui ſecūdùm artem repreſentatio. Oportet igitur alterū ex numeris eſſe maiorē, à quo ſubtrahitur minor. fit tamen impropriè ſubtractio in numeris æqualibus, et tunc fit reſiduū o. In hac operatione formulam talem ſequeris. Eſto propo-* ſitum

ſitum ex numero 964, ſubtrahere numerum 763. Diſponatur maior 964, & ſub eo minor 763, ita vt eiuſdem nominis figuræ directò ſibi reſpondeant, & ſub ipſis duobus numeris à ſiniſtra dexteram verſus, linea ducatur, ſicut hîc habes. Et à monadicis figuris exordiens, in hæc verba loquere, vel tacitus cogita. Auferendo 3 de 4, reſtat 1, pone 1 infrà lineam directò ſub 3. Deinde progrediens ordine ſiniſtram verſus, dicito, 6 de 6, reſtat 0. Pone 0 rectè ſub 6. Poſtremò dic, 7 de 9, reſtat 2. Pone 2 rectè ſub 7. Sic igitur habet reſiduum 201.

| |
|---|
| 964 |
| 763 |
| 201 |

Cùm autem in omni ſubtractione reſiduum ſit exceſſus, quo maior numerus ſuperat minorem, manifeſtum eſt, ſi reſiduum ipſum addatur minori numero, maiorem numerum redire. Per hanc igitur additionem, ſubtractionis opus optimè probabis. Velut in exemplo noſtro, adde ſimul 3 et 1, fit 4, item 6 & 0, fit 6, poſtremò 7 & 2, fit 9, & ſumma eſt 964, qui maior eſt numerus ſubtractionis propoſitæ. Nullus igitur error accidit operi. Et ita facilè probatio ſemper fieri poſſit. Cæterùm in ſubtractione qua numerus maior plures habet figuras, quàm minor, nihil habet operatio diuerſum à ſuperiore præſcripto, niſi quòd ipſæ figuræ, vnde nihil ſubtrahitur, locis ſuis reponuntur in reſiduo, velut exemplis ſequentibus vno, & altero

*satis inspectione sola cognoscitur, quibus est etiam probatio subscripta.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 437528 | | 6782146 |
| | 416 | | 1034 |
| | 437112 | | 6781112 |
| *Probatio.* | 437528 | *Probatio.* | 6782146 |

*Sed accidit in subtractione frequenter, figuras aliquot minoris numeri directè sibi suprapositis figuris esse maiores, prout habet formula sequens, in qua maior numerus est 364, & minor 79. In hac igitur, & similibus fit veluti mutuatio, & cõpensatio quædam à consequẽtibus figuris cum præcedentibus, in hunc modum. Quoniã enim 9 de 4, non possit auferri, sume decem mutuo à figura sequenti, dicens, auferendo 9 de 14, restat 5. Pone 5 infrà lineam directò sub 9. Et quoniam à secunda figura 6. sumpta est mutuo decas, ipsum 6 decreuit monade, & valet tantummodo 5, vnde cùm 7 non possit auferri, sumas iterũ mutuo decem ab vltima figura, dicẽs 7 de 15, restat 8. Pone 8 infra lineam rectè sub 7. Et quoniam propter mutuum, vltima figura 3 decreuit monade, ipsa valet tantummodo 2, pone 2 post 8, eritque residuum 285. Et ita semper vnde capitur mutuum, inde monas detrahi debet. Quod*

| |
|---|
| 364 |
| 79 |
| 285 |

*etiam*

*etiam locum habet in figura o, ex qua cùm fit mutuum æstimatur esse decem, & facto mutuo nouem. Esto propositum verbi causa, ex numero 4000 subtrahere 542. Facta dispositione dicito, ex decem auferendo 2, restat 8, & ex nouem sublatis 4, restat 5, item ex nouem detractis 5, remanent 4. Vltimum autem 4, propter mutuationẽ decrescit in 3. Habes igitur ex hac subtractione residuum 3458.*

| | |
|---|---|
| | 4000 |
| | 542 |
| | 3458 |

*Poterit etiam aliter, paucis mutatis, idem fieri. Disponatur rursum formula superior, & incipiens à primis figuris, quæ sunt 9 & 4, ita dicito, inter 9 & 10 est 1, adde 4, fit 5, Pone 5 infra lineam sub 9. Et cùm ita feceris in vna figurarum, sequens inferior augeri debet monade, quare ipsum 7 æstimabis 8, dicens inter 8 & 10 est 2, adde 6, fit 8, pone 8 sub 7 infra lineam. Et quanuis tertius locus inferior hîc non habeat figuram, ipsi tamen debet donari monas, quam auferens ex 3, restat 2. Pone 2 post 8 infra lineam, eritque residuum 285, sicut ex operatione priori.*

| | |
|---|---|
| | 364 |
| | 79 |
| | 285 |

*In hoc autem modo, sicut in præcedenti sumitur mutuum, sed aliis verbis, quo facto semper augeri debet monade figura, vel locus sequens numeri minoris. Et hæc operatio licet prima specie, videatur obscu*

*rior altera, ſemel tamen percepta facilitate ſuperabit. Cuius adhuc aliquot, quò melius intelligatur, exempla ſubiungam. Sit ergo propoſitum ex numero* 71200 *ſubtrahere* 43054. *Facta diſpoſitione, ſicut iam docui, ſic operare dicendo. Inter* 4 *&* 10 *eſt* 6, *pone* 6 *ſub* 4. *Et quia ſumpſiſti mutuum, figura ſecunda, quæ eſt* 5, *erit æſtimanda* 6, *propterea dicendum, inter* 6 *&* 10 *eſt* 4, *pone* 4, *ſub* 5. *Rurſus propter mutuum,* 0 *ſequens æſtimabis* 1, *dicendo,* 1 *de* 2, *reſtat* 1, *pono* 1 *ſub* 0. *Dic rurſum, inter* 3 *&* 10 *eſt* 7, *adde* 1, *fit* 8, *pone* 8 *ſub* 3. *Poſtremo ipſum* 4 *æſtimabis* 5, *dicendo,* 5 *de* 7, *reſtat* 2, *pone* 2 *ſub* 4, *habebiſque reſiduum* 28146. *Et hæc de ſubtractione numerorum dicta ſufficiant.*

$$\begin{array}{r} 71200 \\ 43054 \\ \hline 28146 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 623071 \\ 84278 \\ \hline 538793 \end{array}$$

## De multiplicatione.

NVmerus numerum multiplicare dicitur, quando quot ſunt in ipſo monades, toties cõponitur multiplicatus, & fit aliquis, quod productum appellamus. Velut ſi numerus 5 toties componatur, hoc eſt, ſibi coaceruetur, quot ſunt monades in numero 4, vel econtrario numerus 4, quot ſunt in numero 5. Nihil enim refert vter duorũ ſit multiplicans, an multiplicatus, quoniam vtroquo modo fit*

do fit idem ſcilicet productum 20. Et perinde valet dicere, quater quinque, ac quinquies quatuor. Multiplicatur etiam numerus in ſeipſum, vt 2 in 2, fit 4, & 6 in 6, fit 36. In ipſo autẽ opere multiplicandi talis forma ſeruatur. Eſto propoſitum multiplicare numerum 23 in numerum 12. Diſpone 12 ſub 23, ita vt eiuſdem nominis figuræ directò ſibi reſpondeant. Et ſub inferiori numero, à ſiniſtra dexteram verſus, linea ducatur. Diſpoſitione autem facta, à monadicis figuris initio ſumpto, progrediens ad ſiniſtrã, ita loquere, vt numerum inferiorẽ nomines per aduerbium dicendo, bis 3 fit 6, pone 6 infra lineam, directò ſub 2. Dic iterum, bis 2 fit 4, pone 4 rectè ſub 1. Poſt hæc iterũ multiplica ſuperiorem numerum 3 in ſecundam figuram inferioris dicendo, ſemel 3 fit 3, pone 3 rectè ſub 4. Dic poſtremò, ſemel 2 fit 2, pone 2 loco ſequenti poſt 3. Ducta deinde linea ſub infimis figuris, à ſiniſtra in dexteram adde numeros inter duas lineas conſtitutos, et habebis 276, quod eſt productum ex multiplicatione numeri 23 in numerum 12. Et ita ſemper in hoc opere multiplicandæ ſunt omnes figuræ ſuperiores, in ſingulas inferiorum, & quot erunt figuræ multiplicantes, tot erunt ordines numerorum inter duas lineas. Niſi cũ

```
 23
 12
 --
 46
23
---
276
```

*inter ipsas multiplicantes fuerit 0. Tunc enim cùm ex ea multiplicatione proueniat 0, superfluum esset talem ordinem scribere, prout exemplo bis posito sequitur, ex multiplicatione 321 in 203, ad cuius dispositionem primam ipsum ordinem trium 0 posui, vt apertè videatur esse superfluus.*

```
    321         321        4312
    203         203         200
    ---         ---        ----
    963         963        8624
   000         642        862400
  642          -----
  -----        65163
  65163
```

*Obseruandum præterea in hoc actu multiplicandi, vt numerus paucioribus figuris contentus inferiore loco disponatur, sub altero maiore. vt pote si fuerit propositum multiplicare numerum 121 in numerum 1342, tunc scribatur minor numerus sub maiori, & reliqua fiant, sicut in præcedẽtibus dixi, & sequens formula demonstrat.*

```
  1342
   121
  ----
  1342
 2684
1342
------
162382
```

*Cùm autem ex multiplicatione figurarũ producuntur decades, vel numerus mistus, prima figura talis numeri scribitur suo loco, secũda verò mente retenta, additur sequenti.*

ti. Exempli gratia, si velis multiplicare 78 in 54, facta dispositione, sic loquere. Quater 8 fit 32, pone 2 sub 4, dicẽdo, pono 2, & teneo 3. Dic posteà, quater 7 fit 28, & 3 quod teneo fit 31, scribe 1, sub 5, & 3 post 1. Multiplicans deinde in secudam figuram dicito, quinquies 8 fit 40, pone 0 sub 1, dicens, pono 0, & teneo 4. Postremò dic, quinquies 7 fit 35, et 4, quod teneo, fit 39, pone 9 sub 3, & 3 post 9.

| |
|---:|
| 78 |
| 54 |
| 312 |
| 390 |
| 4212 |

Additione autem facta habes productum 4212. Sed in opere multiplicandi, vt procedatur expeditè, omnino necesse est scire memoriter, quid ex multiplicatione cuiusque figuræ in seipsam, vel in aliã producatur. Ad quod perdiscendum tabulam subscripsi, cuius omnium versuum extremi numeri à dextera parte dispositi, tanquàm per quadrati diametrum, indicant productum multiplicatæ in seipsam figuræ à qua versus incipit. Vt pote 3 in 3 fit 9, & 4 in 4 fit 16, & sic de reliquis. Alij autem per tabulam numeri duabus monadicis figuris circa tabulam constitutis, angulum communem facientes, notant productum multiplicationis ipsarum inter se, prout ex 4 in 6, fit in angulo communi 24, ex 4 in 8 fit 32, ex 6 in 9, fit 54, & sic in reliquis. Hanc igitur tabulam si quis non habet in promptu, hærebit turpiter, non in multiplicatione

*ſolùm, ſed etiam in partitione, de qua mox dicetur.*

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | 4 | | | | | | | |
| 3 | 6 | 9 | | | | | | |
| 4 | 8 | 12 | 16 | | | | | |
| 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | | | | |
| 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 | | | |
| 7 | 14 | 21 | 28 | 35 | 42 | 49 | | |
| 8 | 16 | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 | |
| 9 | 18 | 27 | 36 | 45 | 54 | 63 | 72 | 81 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

# De probatione multiplicationis.

*Qvoniam in multiplicationis opere ſæpenumero contingit errare, præſertim nouitios, fieri ſolet examen operis, per numerũ 9, in hunc qui ſequitur modum. Diſponatur multiplicationis exemplũ quodlibet, vt pote numeri 785 in numerum 654, cuius productum erit 513390. Conſidera primùm in multiplicato*

```
   785    2
   654    6
  ---------
  3140   12
 3925
4710
------
513390 | 3
```

*cato numero 785 figuras, perinde ac si essent omnes monadicæ, & vide quot monades in se contineant, reiectis inde 9, quoties fieri poterit, dicendo 7 & 8 fit 15, aufer 9, restat 6, adde 5 fit 11, aufer 9, restat 2. Scribe 2 seorsum è regione numeri 785. Et similiter in numero multiplicante facies dicendo, 6 & 5 fit 11 & 4 fit 15, aufer 9, restat 6. Vel sic, quoniam 5 & 4 faciunt 9, ipsis omissis superest 6. Scribe 6 sub 2, & multiplica 2 in 6, fit 12, aufer 9, restat 3. Huiusmodi residuũ vocatur probatio, quã scribe seorsum è regiõe producti 513390, in cuius figuris necesse est tot contineri monades, reiectis inde 9, quoties fieri poßit, quot sunt in probatione, quæ est 3. Id autem statim perspicitur in hoc producto 513390. Nam 5.1.3 fit 9, quod reiici debet, & etiam alterum 9, quæ est secunda figura producti, quare solum restat tertia figura 3 æqualis probationi 3. Nullus est igitur error in opere. Si verò tali disquisitione facta, non reperitur in producto numerus idem, qui fuit probatio, signum est erroris, & opus repetendum. Cùm autẽ in alterutro numerorũ multiplicante, vel multiplicato detractis 9, quoties fieri poßit, residuum fuerit 0, tunc & in producto, simili detractione facta oportet esse residuum 0, Quemadmodum sequentibus exemplis vno & altero facilè perspicitur.*

*PRobari etiã poterit multiplicatio per numerũ 7, sed non tã expeditè quàm per 9. Quare probationẽ huiusmodi, cùm parũ sit in vsu, prætermittẽdã putaui. Scire autem oportet probationes istas errorem admittere, & operantem fallere posse. Si enim ad productum quodlibet factum legitimè, addideris, siue detraxeris 0, vel 9, siue figurarum quotlibet alias, quarum monades metiantur per 9, nihil propter additamentum, vel detractionem huiusmodi probatio mutabitur in producto, sicut promptum est cuilibet experiri. Sed quia nemo ferè sic errat multiplicando, vt vnam vel plures figuras, præter verum, addat vel minuat, vsus, propter facilitatem, & compendium obtinuit, vt per numerum 9, sicut docui, probatio fiat. Est tamẽ aliud multiplicationis examen certissimum, sed ipso quod examinatur opere prolixius, id autẽ fit partitione, de qua iam disputare institutionis ordo requirit.*

```
   45 . 0
   23 . 5
  -------
  135 . 0
  90
  -------
 1035 | 0

   32 . 5
   63 . 0
  -------
   96 . 0
  192
  -------
 2016 | 0
```

## De partitione.

*NVmerus maior in minorem partiri dicitur, cùm minor toties deducitur à maiore, quoties*

*ties fieri poteſt. Et numerum illum notantem quoties deductio facta eſt, barbari vocant quotiens, nomen ex aduerbio facientes. Ego autem talem numerum dicam proueniens, quandoquidem ex partitione prouenit. Minor autẽ numerus vocatur partitor. Vt ſi partiaris numerum 12 in numerum 4, ipſum 4 erit partitor, & 12 partiendus, ſiue partitionis numerus. Et opere facto proueniens erit 3, Quoniam ex 12 ipſe partitor 4 ter deduci poteſt. Dicimus tamen impropriè numerum in æqualem ſibi numerum partiri, vt puta 8 in 8, aut 7 in 7, et tunc proueniens ſemper eſt monas. Ipſum autem partitionis opus plus aliquanto diſcẽtibus faceſcit negotij, quàm actus cæteri numerorum, propterea quòd ſiue multiplicatione, & ſubtractione ſæpius intra memoriam repetita fieri non poteſt. Exiſtit etiam operis difficultas potiſsimum culpa docentium, qui ſtatim ab ipſo primordio difficilioribus exemplis partitionem inſtituunt. Ego autem à leuioribus initians, conſenſu molli ſenſim tyronẽ, velut ad iuga ſumma deducam. Cùm ſit autem expeditiſsimum in monadicas partiri figuras, ab his primùm auſpicabor exempla. Sit ergo propoſitũ partiri numerum 68 in 2. Diſpoſito maiori numero 68, duc ſtatim poſt ipſum 8 lineam deorſum tendentem, cui nomen eſt virgula. Deinde collocabis partitionẽ 2 rectè ſub vlti-*

| | |
|---|---|
| ~~6~~8 | 3 |
| ~~2~~ | |

*ma numeri partiendi figura, quæ est 6. Et interroga te ipse dicendo, 6 quoties habet in se 2? respondebis, ter. Scribe igitur 3 modico post virgulã spatio. Post hæc multiplica partitorem 2. in 3 dicens, ter 2 fit 6, qui de 6 aufert 6, restat nihil. His dictis dele partitorem 2, & ipsum 6, actis obliquè per medium vtriusque lineis. Scribe rursus partitorem 2 rectè sub figura 8, ac dicito, 8 quoties habet in se 2? inuenies quater, pone 4 rectè iuxta 3, dicendo bis 4 fit 8, qui de 8 aufert 8 restat o. His dictis, dele 2, & 8, ductis sicut prius in trãsuersum lineis.*

| | |
|---|---|
| 68 | 34 |
| 22 | |

*Facta est itaque partitio numeri 68 in numerum 2, ex qua proueniens habetur esse 34. Quandoquidem minor numerus 2 ab ipso maiori 68, quater & trigesies deduci potuit. Quod erat partitionis opus propositum, cuius formulam secundùm præscriptum in margine posui. Vnde notabis virgulam semper, sicut factum est interponi debere, vt numerum maiorẽ ab ipso proueniente distinguas. Omnes etiam in maiori numero figuræ, quibus partitor subscribitur, habentur inter operandũ pro monadicis, & vnà cum partitore delentur singulatim, dum ab ipsis fit subtractio. Quod est indicium partitionis expletæ, quantùm ad ipsas quæ delentur figuras attinet, quarũ non est vltra locus in opere. Ex his igitur apparet, quemadmodum per multi*

*multiplicationem, & subtractionem repetitas absoluitur partitio, in hoc differens præcipuè ab actibus cæteris numerorum, quòd à sinistra parte in dexteram progreditur opus. Neque tamen semper ab vltima figura numeri maioris habet initiũ partitio, sicut in exẽplo præcedenti. Quoties enim partitoris figura vltimam numeri maioris figurã excedit, tunc ab ipsius penultima, partiendi fit exordium. Esto, verbi causa, propositum partiri numerum 126 in 3. Quoniam igitur in hoc loco partitor 3 excedit vltimam numeri partiendi figuram, quæ est monas, collocetur primùm ipse partitor rectè sub penultima figura 2, de qua considerans, perindè acsi esset monadica, et vltima decas, vide quoties 12 habet in se 3, & inuenies quater, scribe igitur 4 post virgulam, deinde multiplica 4 in 3, fit 12, qui de 12 aufert 12 restat 0, his dictis dele 12, & sub 6 rescribe partitorem 3. quem inuenies in 6 contineri bis, scribe ergo 2 iuxta 4, dicens bis 3 fit 6, qui de 6 aufert 6 restat 0, dele 6. Facta est igitur partitio proposita, cuius est proueniens 42. Ex istis igitur manifestum est, partitionis initium fieri semper ab vltima, vel penultima figura numeri maioris. Et quẽadmodum non scribitur partitor sub vltima figura, quæ sit minor ipso, ita cùm aliarum quælibet in ordin*

1 2 6 | 4.2
3 3

*ordine sola deficit ab eodem, tunc ea prætermissa, subscribitur partitor proximè sequenti dexteram versus. Cuius rei sit exemplum partitio numeri 609 in 3 supponatur primùm partitor 3 figuræ 6, facta deinde multiplicatione, & subtractione, sicut prius docui, habes in proueniente 2. Et quia partitor 3 excedit figuram 0, ea prætermissa, ponatur ipse sub 9, sed prius in proueniente signetur 0 dextrorsum iuxta 2. Reliquis deinde peractis erit in hoc exẽplo totũ prouenies 203. Et ita semper tot in proueniente figuras 0 scribere debes, quot fuerint prætermissæ nõ subscripto partitore. Et sicut exẽplum iã posui vnius præteritæ figuræ, nõ subscripto partitore, ita de pluribus, & continuè, et separatim omißis, aliquot exempla subiungam. Quæ cùm non sint operosa, & iam perceptis quæ dicta sunt, satis figuratione sola patebunt.*

~~6~~ ~~0~~ ~~9~~ | 2 0 3
~~3~~   ~~3~~

~~4~~ ~~6~~ 0 0 | 2300
~~2~~ ~~2~~

~~6~~ ~~0~~ ~~0~~ ~~9~~ | 2003
~~3~~   ~~3~~

~~3~~ 0 ~~6~~ 0 ~~4~~ | 4030
~~2~~ ~~2~~ ~~2~~

~~4~~ 0 0 0 0 | 10000
~~4~~

*Ex præcedentibus exemplis sic instituitur partitio, vt in subtractione nullum sit residuum, in sequent*

*ſequentibus verò monſtrabitur ſuper reſiduo tali, quid ſit agendum. Proponamus itaque partiri numerum 980 in 4. Pone primum partitorem 4 ſub 9, cogitans quoties 9 habet in ſe 4, & inuenies bis. Scribe 2 poſt virgulam dicendo, bis 4 fit 8, qui de 9 aufert 8, reſtat 1, ſcribe 1 rectè ſupra 9, ipſo 9 prius deleto. Rurſum ſcribe partitorem ſub 8, conſiderans monadẽ quæ eſt ſupra 9, loco decadis, et eã adiungens ipſi 8 dicito, 18 quoties habet in ſe 4? reſponde quater, ſcribendo 4 iuxta 2, multiplica 4 in 4 fit 16, qui de 18 aufert 16 reſtat 2, ſcribe 2 rectè ſupra 8, delendo 8 & 1. Poſito demum partitore ſub 0, habebis ipſum 2 pro decade, & cogitans quoties 20 habet in ſe 4, inuenietur quinquies, quare ſcribito 5 iuxta 4, dicendo quinquies 4 fit 20, qui de 20 aufert 20 reſtat 0, dele 2, & 0, eritque facta partitio propoſita, cuius proueniens eſt 245.*

~~1~~ ~~2~~
~~9~~ ~~8~~ ~~0~~ | 2 4 5
~~4~~ ~~4~~ ~~4~~

*In hoc exemplo partitor ideo ſubſcribitur figuræ 0, quoniam non eſt in reſiduo ſola, ſed habet comitem ipſum 2 ſuperpoſitum 8, quod quidem 2 locum tenet decadis. Et omnes generaliter reſiduorũ figuræ alijs ſuprapoſitæ inferiorum ſibi loca retinent, & præcedenti proximè iunctæ vnà conſyderantur, quoties habent in ſe figuram partitoris.*

Sed

*Sed iam de residuo quod in fine partitionis relinquitur videamus, cuius exemplum præbeat numerus 95 partiendus in 7. Disposito partitore 7 sub 9, quoniã 7 semel continetur in 9, scribe 1 post virgulam & multiplica 1 in 7, fit 7. qui de 9 aufert 7 restat 2, scribe 2 supra 9. Rursum posito partitore sub 5, & considerans quoties 25 habet in se 7, inuenies ter, scribe 3 iuxta 1 dicendo, ter 7 fit 21, qui de 25 aufert 21 restat 4, scribe 4 supra 5, & incipiens modico post 3 spatio lineam ducere, à sinistra dextram versus, pone 4 super lineam, & sub eadem partitorẽ 7 hoc modo* $\frac{4}{7}$. *Quæ quidem notatio valet quatuor septimas. Facta est itaque partitio proposita, cuius prouenĩens est 13* $\frac{4}{7}$, *hoc est tredecim, cum quatuor septimis. Ipse namque numerus 95 continet in se partitorem 7 terdecies, & quatuor insuper, quæ sunt quatuor septimæ ipsius 7.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 4 | | |
| 9 | 5 | \| | $13\frac{4}{7}$ |
| 7 | 7 | | |

*Et ita semper id quod in fine partitionis residuum facit, superpositum partitori interiecta linea, scribendum erit iuxta prouentens, estque particula nomen capiens ab ipso partitore, numerationẽ verò ab eo qui lineæ superstat numero. Si autem numerus 96 partiatur in 7, idem quod ante*

prouen

*proueniens erit, dempta particula que est quinque septimarũ, sic* $\frac{5}{7}$ *Et in eundem partitorem 7 partiẽdus numerus 97 habet in prouenıente 13 particulam* $\frac{6}{7}$.

≠5
9̸ 8̸ | 13 $\frac{5}{7}$
7̸ 7̸

*Necesse est autem in his residuorum particulis numerũ lineæ superpositum esse minorem ipso partitore, aliter enim habebit vitium partitio. Notabis etiam figuras residuorũ in operis fine non esse delendas, quia nulla fit inde subtractio, sed in particulas notantur iuxta proueniens, sicut ex tribus proximè formulis apparet, in tribus residuorum figuris 4.5.6. Non solum autem de residuo quod in fine partitionis relinquitur in primo loco supra figuram fit particula, sed etiam ex ipsa prima figura ad quam non peruenit partitor.*

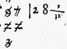
≠6
9̸ 7̸ | 13 $\frac{6}{7}$
7̸ 7̸

*Veluti si numerus 725 partiatur in 8, erit proueniens 90 cum quinq; octauis, hoc modo.*

7̸ ≠5 | 90 $\frac{5}{8}$
8̸

*Sciendum est præter ista nunc in partitionis proposito dicta de particulis, alias esse tractationes ipsarum multiplices, de quibus ad plenum disseremus suo loco. Nunc autem sequitur, vt de partitore, duabus, vel tribus constante figuris, formulas exequamur, quarum intelligentiam statim assequetur, qui regulas iam datas perceperit, ex quibus nihil quicquã*

*mutatur in istis,sed adduntur pauca quædam. Sit ergo propositum partiri numerum* 897 *in* 32. *Collocetur ipse partitor, ita vt sit* 3 *rectè sub* 8,*&* 2 *sub* 9. *Et quoniam* 8 *continet in se* 3 *bis,scribe* 2 *post virgulam dicendo, bis* 3 *fit* 6,*qui de* 8 *aufert* 6,*restat* 2,*pone* 2 *supra* 8.



*Dic rursum bis* 2 *fit* 4,*qui de* 9 *aufert* 4 *restat* 5,*scribe* 5 *supra* 9. *Iterum dispone partitorem,ita vt* 3 *sit sub* 2, *quod est sub* 9,*&* 2 *sit sub* 7.*Et quoniam in* 25 *continetur* 3 *octies,scribe post virgulam* 8 *dextrorsum iuxta* 2,*dicendo ter* 8 *fit* 24,*qui de* 25 *aufert* 24 *restat* 1,*pone* 1 *rectè supra* 5. *Dic post hæc, bis* 8 *fit* 16, *qui ex* 17 *aufert* 16, *restat* 1,*pone* 1 *supra* 7,*& in proueniente figura particulam,sic vt residuum* 1 *stet super linea, & sub eadem partitor* 32, *factáque est partitio proposita,cuius prouenienis est* 28,*cum vna trigesima secunda, sic* 28 $\frac{1}{32}$. *Ex hac formula videre est singulas partitionis figuras multiplicari in eas quæ sunt in prouenięte singulatim,ordine suo. Quoties autem vltima partitoris figura vltimam partitionis excedit,tunc ab ipsius penultima partiendi fit initium.Tanquam si numerus* 389 *partiatur in* 42, *collocabis* 4 *sub* 8, *&* 2 *sub* 9, *omnibúsque peractis, sicut ostendi, prouenienis erit* 9 *cum vndecim*

*decim quadragesimis secundis, hoc modo 9 $\frac{11}{42}$. Ipsum enim residuum finis, siue sit vnius figuræ, siue plurium, semper scribitur super linea vnde particula numeratur.*

1
7 1
3 8 9 | 9 $\frac{11}{42}$
4 2

*Neque solùm sub penultima numeri partiẽdi primùm collocatur partitor, qualis dictus est, sed etiã cũ ipsius prima figura fuerit maior, penultima numeri maioris æqualibus vltimis in vtroque numero, sicut habet formula sequẽs, in qua maior numerus 571 ita dispositum habet partitorẽ 59 vt sit 5 sub 7, & 9 sub 1. Ex quaquidem partitione proueniens erit 9, cũ quadraginta quinquagesimis nonis, hoc modo $\frac{40}{59}$.*

4
1 7
5 7 1 | 9 $\frac{40}{59}$
5 9

*Ipsum enim residuum 4, quia locum tenet decadis, ad numerationem particulæ valet 40. Obseruabis etiam id quod in partitore monadico, iam suprà monstraui, vt quoties vltima partitoris figura non subscribitur aliquibus ex figuris numeri partiendi, prima & vltima demptis, tot in proueniente ponantur figuræ 0, quot sine tali subscriptione fuerint prætermissæ. Cuius rei formula sit numerus 4680 partiendus in 45, vnde proueniens est 104, in quo locum tenet mediũ 0, proptereà quòd vltima partitoris figura, quæ est 4, non fuit posita sub 6. Et ita de pluribus figuris coniunctim, vel se-*

*paratim, taliter omißis regula procedit. Quemadmodum satis per se loquentibus quatuor exemplis sequentibus apparet.*

```
 12                45
4680 |104     52461 |1008 45/52
4545          52  52

      9926 |300 26/33
      33

        13
      620075 |10001 13/62
      62  62

       1
      83641 |1020 1/82
      8282
```

*Erit etiam in partitione tenendum perpetuò, vt quanuis vltima partitoris figura decies, vel pluries contineatur in duabus figuris numeri maioris, nihil tamen plus quàm 9 in prouenięte scribendum. Exempli gratia, partiatur numerus 129 in 14. In hoc loco (sicut iā sæpe docui) vltima partitoris figura sub penultima numeri maioris disponi debet.*

```
 33
129 | 9 3/14
 14
```

*Quā*

*Quãuis igitur in 12 cõtineatur monas duodecies, solu tamen 9 scribitur post virgulã, eritq; totum ex hac partitione proueniens 9 $\frac{3}{14}$. Item si numerus 984 partiatur in 99, habebis proueniens 9 $\frac{93}{99}$. Et ita regula seruatur in similibus.*

9
2 7 3
9 8 4 | 9 $\frac{93}{99}$
9 9

*Incidit præterea nonnunquam, vt non tantùm in proueniente notari debeat, quantum per vltimã figuram partitoris fieri possit. Veluti cùm numerus 87 partitur in 29 Licet enim ipsum 2 quater cõtineatur in 8, nequaquam tamen quater 9, hoc est, 36 continetur in 7. Et propter hoc scribendum est 3 post virgulam, et non 4. Fit autem talis in prouentẽte diminutio, quoties multiplicationis faciendæ productum excedit ex numero maiori figuras, vnde subtractio fieri solet. Quod quidem prouideri debet intra mentem, priusquam notetur aliquid in proueniente. Exempli gratia, partiendo numerum 64 in 13, finge primùm cogitatione scriptum esse post virgulam 6, et multiplicando 6 in 1, factáque subtractione, nihil restat supra 6. Deinde multiplicatio 6 in 3, habet*

2
8 7 | 3.
2 9

*productum 18, quod quidem excedit residuum ex numero maiori, quod est 4. Talis itaq; prouisio facit, vt intelligas in proueniente figuram 6 stare nō posse, sed nec etiam 5. Inuenies autem iustum esse. 4, quare scribendum in proueniente 4. eritque totum 4 $\frac{12}{13}$. Hæc autem regula seruabitur non solùm in prima dispositione partitoris, sed etiam in secunda, & tertia, & quotquot fuerint, cùm erit opus. Semper enim cauendum est, ne plus in prouenięte scribatur, quā multiplicatione facta detrahi possit ex figuris superstantibus partitori, sicut experimento videre est sequentibus exemplis.*

```
1
2 2
5 4 | 4 12/13
1 3
```

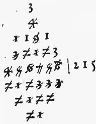
```
  1                1 2
 2 9               2 4
4 8 6 7 | 2 0 2 19/24     1 1 6 7
2 4 2 4           7 9 8 3 | 2 3 4 27/34
                  3 4 4 4
                   3 3
```

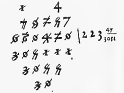
*Reliquum est post ista iam progredi, ad alios plurium figurarum partitores. Super quibus sciendum est habere locū vniuersaliter regulas in aliis iam explicatas. Et istorum omnes figuræ singulatim multiplicantur in singulas in proueniente positas*

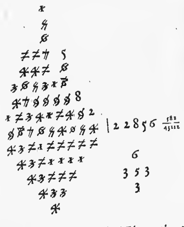
*ſitus. Exempli cauſa, ſi numerus* 4567 *partiri debeat in* 321. *Prima diſpoſitio partitoris fit hoc modo, vt ſit* 3 *ſub* 4, & 2 *ſub* 5, & 1 *ſub* 6. *Poſt hæc in proueniente ponitur monas, in quam multiplicatis ex partitore ſingulatim tribus figuris, factáque ſubtractione, reſtat* 135 *ſupra* 456. *Rurſumque diſpoſito partitore ſub tribus figuris* 217, *aliiſque peractis, ſicut dictum eſt ſæpius, proueniẽs erit* 14 $\frac{73}{321}$ *Si autem propoſitus numerus* 4567 *auctus vna figura, vt puta* 8 *ante* 7, *hoc modo,* 45678 *partiatur adhuc in* 321, *peractis aliis, ſicut prius, fiet tertia diſpoſitio partitoris, ſic vt tres ipſius figuræ rectè ſubiaceant tribus figuris* 678, *prout oſtendit formula ſequens, eritq; proueniens* 142 $\frac{96}{321}$. *Ceterũ de partitoribus aliis, qui figuris quatuor, aut quinque pluribúſve conſtant, nulla particulatim traditio reſtat. Quare aliquot talium exempla oculis ſubiicere ſatis eſſe putaui.*

```
  17
 1353
4567|14 73/321
3211
 32
```

```
   1
  179
 13536
45678|142 96/321
32111
 322
  3
```







*Ita ſe habet quandoque logiſtica ratio ,vt numerus minor in maiorem partiri debeat , & tunc nihil aliud fit quàm particula. Vt ſi tria partiaris in*

*in quatuor superscribitur minor maiori interiecta linea, sic $\frac{3}{4}$. Quod est indicium tres tantùm quartas ipsius partitoris ex superiori numero posse deduci.*

## De probatione partitionis.

*Partitionis opus numero nouenario probari solet, in hunc modum, vt primùm accipiatur ex residuo monades, reiectis inde 9 quoties fieri posit, item ex proueniente, & partitore similiter, multiplicatis deinde prouenientis, & partitoris monadibus inter se, & ad productum iunctis monadibus residui, & ex ea summa reiectis nouenariis, quot ibi fuerint residuæ monades, totidem & in eo qui partitus est numero, reiectione facta similiter, oportet inueniri. Sit in exemplum ex proximis partitionibus ea cuius prouenies fuit 22856, & residuum 582. Accipe primùm ex residuo monades, reiectis inde (quod semper intelligitur) nouenariis, quoties fieri posit, & inuenies 6, quod scribe seorsum iuxta partitorem. Et item ex proueniente habebis 5, scribendum rectè sub 6. Et inuetis similiter ex partitore 3, pone 3 sub 5, multiplicando 3 in 5, fit 15, adde 6, fit 21, aufer bis 9, restat 3, quæ probationis nota dicitur. Quam scribe à dextera, vel sinistra iuxta 5. Post hæc disquire*

*numerum qui partitus est, & videbis, reiectione facta, superesse 3, quod est collocandum iuxta 5, ab altera parte. Quoniam igitur reiectione, multiplicatione, & additione factis, quot in producto sunt monades, totidem & in partito numero repeperiuntur, non habet errorem partitio. Si autem nullum fuerit in partitione residuum, vel post reiectionem nihil relinquatur; scribendum est 0, & reliqua sicut prius. Etiam si fuerit probationis nota 0, idem & in partito numero necesse est inueniri. Sicut ex partitionum probationibus, quas apposui, facilè perspicitur.*

```
  1
  3
7 8          0          3 1 3        7
1 3 6 0 8|252|0 0 0   4 5 6 7 5 8|215|8 8 8
 5 4 4 4      0       7 1 7 3           8
  5 5

 1 7         0           3 6 4         4
8 6 4|7 2|0 0 0       5 1 0 7|8 1|4 0 4
1 7 7        3           6 3 3         0
  1                        6
```

*NOn est tamen quòd ignores, probationem huiusmodi errorem admittere posse, eo modo quem*

*quem in multiplicationis opere supra demonstraui. Legitima verò, & quæ nunquam fallit, probatio fiet multiplicando proueniens in partitorem. Semper enim tale productum, cum additamento residui, si fuerit, numerum partitum restituet. Verbi causa, diuiso numero 14 in 3, prouenit 4, cum residuo 2. Multiplica partitorem 3 in proueniens 4, fit 12, adde residuum 2, redit 14. Et vicissim multiplicatio diuisione probatur certissimè. Nam si partiaris productum in alterutrum ex duobus numeris multiplicantibus, proueniet alter. Vt pote multiplicando 3 in 4, fit 12. Partire 12 in 4, prouenit 3, & si partiaris in 3, proueniet 4. Patet igitur multiplicationem, & partitionem mutuò sese probare. Sed quoniam talis probatio ipso penè sit opere prolixior, compendiarium aliud ex nouenario numero probandi genus frequentior vsus obtinuit.*

*Ex hac etiam multiplicationis, partitionisque vicissitudine ad inuentiones quasdam numerorum regula procedit, hoc modo. Sit propositum inuenire numerum qui multiplicatus in 7 faciat 56. Partire 56 in 7, proueniet 8, numerus qualis proponitur. Nam multiplicãdo 8 in 7, fit 56. Rursum proponatur inueniri numerus, quem si partiaris in 12 proueniat 15. Multiplica 12 in 15, fit 180, is qui quæritur numerus. Nam 180 partitus in 12, facit*

*in proueniente 15. Alias insuper regulas, super additione progreßionum tradere, præmissorum exigit ordo hucusque dilatas, propterea quòd sine multiplicatione, partitioneq; tractari non possunt.*

## De progreßionum regulis.

FIt in numeris progreßio pluribus modis. Primùm enim cùm aliquot numeri incipientes à monade, ordine naturali progrediuntur, talis series dicitur progreßio. Vt pote 1.2.3.4.5.6.7.8.9.10, & ita deinceps quantùlibet continuando. Huiusmodi autem numerorum seriem, si quis velit addere simul, alio magis expedito more quàm fiat per additionem iam supra monstratam, talem regulã seruabit. Ipse numerus vltimus in progressu, aut est par, vel impar. Par autem numerus (vt definit Euclides) is est, qui bipartiri poßit æqualiter. Impar autẽ, qui monade differt à pari. Si terminus igitur progreßionis vltimus numerũ parem contineat, ipsius dimidium multiplicabis in imparem proximè numerum sequentem. Velut in progreßione posita, quoniam vltimus terminus 10 numerus par est, ipsius dimidium, quod est 5 multiplica in 11, fit 55, quæ est summa totius decadis. Si autem progreßio terminetur impari numero, is partitur in 2, & proueniens vnà cum residuo, quæ semper

est

*est monas, in eum qui partitus est numerum multiplicatur, fitq; summa progressus. Sicut in exemplo nostro, si fuerit vltimus terminus* 11, *partire in* 2, *prouenit* 5, *quod cum monade residui fit* 6, *multiplica in* 11, *fit* 66, *in summam progressus, ab vno ad vndecim.*

*Aliter etiam, & vnico modo constabit additio. Partire per æqualia vltimum progressionis numerum, quem auctum monade, suo ipsius dimidio multiplicabis. Velut in progressu decadis, partire* 10 *per æqualia fit* 5, *auge* 10 *monade fit* 11, *multiplica in* 5, *fit eadem quæ prius summa* 55. *In altero autem cuius finis est* 11, *partire* 11 *in* 2 *fit* $5\frac{1}{2}$, *adde* 1 *ad* 11, *fit* 12, *multiplica in* $5\frac{1}{2}$ *fit* 66. *Sed quia multiplicatio numerorum cum particulis nondum est posita, hoc interim documentum habebis, vt quoties fuerit particula semissis in dimidio, ipsa relicta, multiplicationem sicut antea facies, & ad productum iunges dimidium adaucti monade numeri. Velut hic, ducito* 5 *in* 12, *fit* 60, *adde* 6, *fit* 66.

*Alio præterea modo progressiones dicuntur, cùm scilicet pares numeri incipientes à dyade, vel impares à monade procedunt ordinatim continuato dyadis excessu. Ad colligendum autem parium summam, sic operaberis. Vltimum progressionis numerum, quem nunc ponamus esse* 10, *in duas æqualiter*

*liter partes distribue, quæ sunt 5 & 5, ad alteram adde 1, fit 6, multiplica in 5, fit 30, quæ est summa omnium parium numerorum intra decem. Si autẽ fuerit imparium colligẽda progreßio, vltimus impar, vt pote 13, diuidatur in 2, & proueniente 6 vnà cum residuo 1, quod est 7, in se ducto, producetur omnium imparium, ab vno ad tredecim, summa 49.*

*Fiunt et alij progreßus, qui Geometrici dicuntur, siue proportionales, quando scilicet numerorũ exceßus inter se sub eadem ratione continua progreditur. Veluti sunt 2, 4, 8, 16, 32, 64, vel 3, 6, 12, 24, 48. Hic enim numerus numerum proximè præcedentẽ duplo semper excedit. Ad has igitur dupli progreßiones breuiter colligẽdas, talis est regula. Aufer primum numerum ab vltimo, hoc est 2 ex 64, & 3 ex 48, restãt 62, & 45. Adde terminos vltimos suo cuiusque residuo, hoc est, 64 ad 62, & 48 ad 45, habebis duas progreßionum summas 126 & 93. Ad alias autem huiusmodi rationum progreßiones formulas extendere, veluti sunt tripli, quadrupli, sesquialteri, non erit operæpretium. Cum & numero sint infinitæ, & si quando veniant in vsus (quod est rarißimum) per additionis modum vniuersalem colligi poßunt.*

Liber

# LIBER SECVNDVS.

## De notatione, nominibúsque particularum.

*MONAS quemadmodum congregatione sui quantumlibet crescit in numeros, ita & sectione quantumuis decrescit in suas ipsius particulas. Quarum nomenclatura vocabulis numerorum procedit, his quæ declinationem recipiunt, prout est dimidium, siue pars dimidia, vna tertia, siue triens, vna quarta, siue quadrans, vna quinta, vna sexta, vna decimaquinta, & ita deinceps in reliquis, sine fine. Notantur etiam particulæ eisdem quibus & numeri notis, sed interiecta lineá, quemadmodum supra tetigi, cùm de partitione scriberem. Vt pote, si quo iam ordine nominaui particulas notare velis, ita facies* $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{15}$. *Et particulas huiusmodi voco monadicas.*

*cas. Quod si plures eodē nomine simul fuerint particulæ, quæ similes etiam dicuntur, veluti duæ tertiæ, tres quartæ, quatuor septimæ, tredecim decimæsextæ, quindecim vndeuicesimæ, talis multitudo numerabilibus notis, lineæ superstātibus indicatur hoc modo, $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{13}{16}$ $\frac{15}{19}$. Et hæ dici possunt numerales. Et quanuis plures eodem nomine particulæ notentur circa lineam vnam, notationes tamen singulæ, singulari voce dicuntur particula. Quas sicut interposita linea seiungit, ita & artis nomina distingunt. Superior nanque figura dicitur numerator, inferior verò nominator, siue nomē. Quod quò maius fuerit, eò minor euadit particula. Quippe dimidiū maius est triente, & triens quadrante, & vna quarta sextam excedit, & nona decimam, atque duodecimam. Omnisque præcedens, se subsequentes, eodem numeratore, singulas habet minores. Et ita particulæ dum augentur nominibus, quantitate decrescunt. Vnde cùm incrementa numeri progrediantur infinitè, decrementa verò dyadis fine terminentur, patet minimam particularum dari nō posse, maximam autem esse dimidium. Quandoquidem nominator ipsius, scilicet 2, numerorum est minimus. Cùm sit igitur $\frac{1}{2}$ maxima particularum, nullum à suo numeratore (qui solus est monas) instar omnium aliarum, recipit incremētum. Non enim dicis duo dimidia, sicut duas*

*tertias*

*tertias, nisi loquaris ineptè, & quod etiam vulgus rideat, vel tria aut quatuor dimidia rectè, sicut tres quartas, aut quatuor quintas. Cùm duo dimidia nihil sint aliud, quàm vnum, & tria dimidia, vnum cum dimidio, & debet notari sic, 1 $\frac{1}{2}$. Quatuor autem dimidia, iam duo faciunt. Non minus etiam imperitè facies, dicẽdo tres tertias, sex quartas, decem quintas, vel scribendo, sic $\frac{3}{3}$ $\frac{6}{4}$ $\frac{10}{5}$. Nullus est puto sensu tam obtusus, cui non sit in promptu, tres tertias nihil aliud esse, quàm vnum, et $\frac{6}{4}$ vnum cum dimidio, & decem quintas, duo continere. Quæ cùm ita sint, seruandum perpetuò, in dicendis, ac notandis particulis, ne vnquam numerator sit æqualis nominatori, aut maior ipso. Nam si fuerit æqualis, ibi semper continebitur monas, si verò maior, erit ibidem numerus, vel solus, vel cum particula, sicut exẽplis modo positis constat apertè. Vsus tamen artis habet interdum, vt numerus, instar particulæ, sit notandus inter operandum, prout suis locis infrà videbitur. Cùm igitur omnis particula sit minor monade, non paruus est error omnium fermè Logisticorum, qui particulas istas diminutæ monadis fractos vocant numeros, siue partes numerorum. Ad quarum distinctionem numeros, nõ minus barbarè quàm absurdè, dicunt sanos, & integros, quasi mentis et corporis habitum numeri recipiant. Neque tamen negauerim simili-*

tudines illas particularum, quas vel abuſus facit, vel artis vſus exigit aliquãdo, quin rectè dici poſſint, numeri fracti, vt ſunt $\frac{4}{2}$ $\frac{9}{3}$ $\frac{15}{10}$ $\frac{30}{5}$. Et omnes denique in quibus numerator nomen excedit, non impropriè fragmẽta dixeris. Quæ quidem in ſuam veluti naturam reſoluuntur, ſi numeratorem ſuo nomine partiaris, velut in $\frac{9}{3}$ & $\frac{24}{5}$. Partire 9 in 3 & 24 in 5, proueniet 3 & $4\frac{4}{5}$. Qui ſunt numeri, in quos fragmenta reſoluuntur. Et ſic in aliis reſolutio procedet. Sed contendant iſti fortaſſe, particulas huiuſmodi numeros etiã continere, eo reſpectu quo vncia, ſextans, quadrans, triens, quincunx, ſemis, ſeptunx, bes, dodrans, dextans, deunx, & as denique vnciarum multitudine cenſentur, vt pote vnius, duarum, trium, quatuor, quinque, & ita deinceps ordinatim, ad duodecim vſque, qui numerus comprehenditur aſſe. Ad hoc reſpondeo, numeros iſtos vnciarum, antiquorũ inſtituto, particulis accommodari, expeditioris intelligentiæ gratia, & ipſum as nihil aliud eſſe quàm monadem, in particulas vndecim nominibus diſtinctam. Quæ ſicut dicta ſunt logiſtico more notabuntur, ſic $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{11}{12}$. Licet enim monadis ſectiones numero dicantur, non tamen re ipſa numeros efficiunt. Alio præterea more conſtituuntur in aſtrorum diſciplina particulæ, vbi peripheria circuli primùm ſecatur in ſigna duodecim, ſignum in

grad

*gradus triginta, gradus in minuta 60, minutum in 60 secūda, secundū in totidē tertia. Et sic deinceps sexagenaria diminutio ordinatè procedit, quousq; sit opus, quò facilior calculus euadat. Et ne per eas quantitates, quæ dicuntur irrationales inuestigatio fiat, quas licet intelligat Astronomus, studiosè tamen vbique declinat. Sed logisticus particularū modus magis est vniuersalis, et qui tractationes numerorum suprapositas omnes, & alias insuper recipiat. De quibus singulis ordine disputabo.*

## De reductione particularum.

*Particularum notatio non satis peritè relicta censetur, nisi in eos numeros fuerit redacta, quibus, sine particulæ diminutione, vel augmento, minores inueniri non possint. Et hic modus reductio vocatur. cuius effectus partitione constabit. Velut si quis dixerit, quatuor octauas, vel notauerit, sic* $\frac{4}{8}$*, cùm sit hoc nihil aliud quàm dimidium, reductio fiet partiendo nomen 8 in numeratorem 4, prouenietque 2, cui debet superscribi monas, interiecta linea, fietque dimidium, sic* $\frac{1}{2}$*. Et similiter reducemus* $\frac{2}{6}$ *&* $\frac{3}{12}$*, hoc est, duas sextas, & tres duodecimas, partiendo 6 in 2, & 12 in 3. fientque vna tertia, & vna quarta, sic* $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$*, quæ perinde valent ac* $\frac{2}{6}$ *&* $\frac{3}{12}$*. Nam duo sextantes,*

*quatuor valent vncias, quæ trientem in asse faciunt. Et* $\frac{3}{11}$, *hoc est, tres vnciæ, quadrantem. Et ita semper reducẽdo, cùm ex partitione nullum habetur residuum, ipsi prouenienti subscribitur monas. Si verò residuum erit, ipsum fiet partitor alterius partitoris, & secundum residuum, iterũ partitor secundi partitoris, & ita semper donec partitio fiat sine residuo, tunc partitor vltimus erit mensura communis in reductione proposita. Sit in exemplum reducere* $\frac{15}{55}$, *id est quindecim quinquagesimas quintas. Partire* 55 *in* 15, *prouenit* 3, *cum residuo* 10. *Iterum partire* 15 *in* 10, *prouenit* 1, *cũ residuo* 5. *Rursum partire* 10 *in* 5, *prouenit* 2 *absq; residuo. Vltimus igitur partitor* 5, *est mensura cõmunis, quam quærimus, id est, qua debet partiri numerator* 15, & *proueniet reductionis numerator* 3. *Et item nominator* 55 *partiendus est in* 5, *proueniétque nominator* 11, *cui superscribe* 3, *interposita linea, sic* $\frac{3}{11}$, *eritque particula* $\frac{15}{55}$ *reducta ad tres vndecimas, quæ quidem duæ particulæ inter se sunt æquales. Cæterùm æqualitatem, vel excessum in particulis quomodo deprehendas, in subditis formula dabitur. Et ita semper, continuata partitione, inuestigari debet mensura, siue partitor communis. Quod si peruestigatio talis, in monadis residuum euaserit, indicium est, eiusmodi particulã ad minores numeros, quàm quibus*

*quibus notatur non posse reduci. Exempli causa, quærens aliquis reducere particulam $\frac{17}{45}$. Primò partitur 45 in 17, & habet 11. pro residuo. Iterū diuidit 17 in 11, fit residuum 6. Rursum partitis 11 in 6, inuenit residuum 5, in quod partiens 6, videt monadem superesse. Quare indicandum particulæ propositæ numeros 17 & 45, nulla præter monadem cõmuni mensura posse metiri. Et eos esse, quos Arithmetici dicunt contra se primos, & in sua ratione minimos. Et propterea particulam $\frac{17}{45}$ in sua notatione relinquendā. Eritq; de similibus idem iudicium semper. Quanuis autem datus iam modus ad reductionem sit vniuersalis, quædam tamen cõpendia possunt adhiberi. Nam si primæ figuræ numeratoris, & nominatoris sint pares numeri, communis partitor semper erit 2. Velut in particula $\frac{12}{14}$, partire 12, & item 14 in 2, habebis pro reductione quæsita $\frac{6}{7}$. Sed hoc non semper vna partitione, nec etiam perfectè procedit. Sicut in $\frac{16}{24}$. Primùm enim partiendo 16, & 24 in 2, habebis $\frac{8}{12}$. Iterum partiēdo 8 & 12 in 2, fit $\frac{4}{6}$. Postremò partitis 4 & 6 in 2, perficitur reductio, quæ est $\frac{2}{3}$. Item in particula $\frac{18}{24}$, partiendo 18 & 24 in 2, prouenit $\frac{9}{12}$, quæ nondum est reductio plena, nisi partiaris iterum 9 & 12 in 3, eritque perfecta reductio $\frac{3}{4}$. Scire etiam debes, cùm primæ figuræ particularum fuerint, vel ambo 0, vel 5, vel*

*altera o, & altera 5, tunc mensuram eorum communem esse 5. Sed ex huiusmodi compendiis rarò contingit vnica partitione propositum. Quod erit facillimum experiri. Et ita se habet particularum reductio.*

## De particularum additione.

*Fiet additio particularum modo sequenti. Sint duæ particulæ* $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$, *quas oporteat addere simul. disponantur ipsæ particulæ suis notis sibi directè spatio modico disparatæ. Et ab vtriusq; nominatore in numeratorem alterius lineæ ducantur, ad interstitij medium sese decussientes, hoc modo* $\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}$. *Et nominatoribus linea subscribatur, veluti basis. Hæc autem indecussim lineamenta ipso ductu linearum faciendas multiplicationes ostendũt. Duc igitur 2 in 2, & 3 in 1, fient 4 & 3. Quæ quidem producta superscribi debẽt rectè suis numerationibus, vnde venerunt, hoc est 4 super 2, & 3 super 1. Post hæc addantur simul ipsa producta 3 et 4, fit summa 7, infimæ lineæ subscribẽda. Duc postremò 2 in 3, fit 6 ponendũ sub 7, interiecta linea. Erit igitur additionis propositæ summa fragmentum* $\frac{7}{6}$. *Quod resoluens partiendo 6 in 7 videbis esse 1* $\frac{1}{6}$. *Nam dum iungis semissi*

$$\begin{array}{c} 3 \quad 4 \\ \frac{1}{2}\times\frac{2}{3} \\ \hline \frac{7}{6} \end{array}$$

*miſsi beſſem, hoc eſt, ſex vncias, vnciis octo, facis quatuordecim, vbi colliguntur ſeptem ſextantes ſic $\frac{7}{6}$, vel quod idẽ eſt, aſsis cum ſextãte, ſic $1\frac{1}{6}$, Et hoc eſt probationis genus euidentiſsimum.*

*Quòd ſi particulas plures quàm duas ſimul addere velis, ſummæ duarum addetur tertia, & triũ quarta, ſicq; deinceps. Sed quò fiat expeditius, ex ſummis quæ fuerint fragmenta, numeros ſegregabis, et ex his quæ ſupererũt particulis additio fiet, & vltimæ ſummarum ſepoſiti iungentur numeri. Sit in exemplum additio iuſſa trium particularũ & fragmenti, ſcilicet $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{6}{7}$ $\frac{3}{4}$. Additis $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$, tam inueniſti ſummam fieri $\frac{7}{6}$, quæ quoniam eſt fragmentum, ſepoſita monade, reſiduum, quod eſt $\frac{1}{6}$ adde cum $\frac{6}{7}$, fit ſumma $\frac{43}{42}$. Reſolue, fit $1\frac{1}{42}$, & ſublata monade, reſtat particula $\frac{1}{42}$; quam adde ad $\frac{3}{4}$, fit ſumma $\frac{130}{168}$ & reducendo $\frac{65}{84}$. Adde ſepoſitas monades, fit particularum cum fragmento quæſita ſumma $2\frac{65}{84}$. Huius exempli formulæ ſequuntur.*

$$\begin{array}{c} 7 \quad 36 \\ \frac{1}{6} \times \frac{6}{7} \\ \hline \frac{43}{42} \end{array} \qquad \begin{array}{l} \quad 1 \\ 43 \,|\, 1\frac{1}{42} \\ 42 \end{array} \qquad \begin{array}{c} 4 \quad 126 \\ \frac{1}{42} \times \frac{3}{4} \\ \hline \frac{130}{168} \end{array} \qquad \begin{array}{c} \text{Sũma } 2\frac{65}{84} \\ \frac{65}{84} \end{array}$$

*In additione particularum ſimilium, vt ſunt $\frac{4}{7}$ $\frac{5}{7}$ $\frac{6}{7}$, ſatis erit numeratoribus omnium collectis*

*in vnum qui erit 15, ipsi commune subscribere nomen 7. Et erit in summa fragmentum $\frac{15}{7}$. Quod est, resolutione facta, 2 $\frac{1}{7}$. Sed de particularum additione iam satis.*

## De subtractione particularum.

*Particula minor subtrahitur à maiore, & quod superest de maiori fit residuũ. Qui etiã est excessus maioris in minorem. Sit ergo propositũ subtrahere septem nonas, à quinque sextis. Disponantur ipsæ particulæ $\frac{7}{9}$ $\frac{5}{6}$ in decussim, sicut in earum additione supra docui, fiántque multiplicationes similiter 6 in 7, & 5 in 9, eorúmque producta 42 & 45 suis numeratoribus superponantur.*

| | |
|---|---|
| 42 | 45 |
| $\frac{7}{9}$ X | $\frac{5}{6}$ |
| $\frac{3}{54}$ | |

*Post hæc subtrahe minus productum 42 ex maiori 45, fit residuum 3, infimæ lineæ subscribendum. Duc postremò 6 in 9, fit 54 ponendum sub 3 interiecta linea, vt fiat particula $\frac{3}{54}$, quam reducendo facies $\frac{1}{18}$, quod est residum ex subtractione $\frac{7}{9}$ ex $\frac{5}{6}$. Et ita multiplicatione triplici, particularum subtractio, sicut & additio constat. Nisi cùm ipsæ particulæ fuerint similes, veluti si duas septimas à quinque septimis deducere velis, sufficiet ex numeratore maiori subtrahere minorem, hoc est 2 ex 5, & residuo, quod est 3 subscribere*

comm

*commune nomen 7, interiecta linea, sic $\frac{1}{7}$, & ita restabunt tres septimæ. Quanquam fiet hoc etiam modo priori. Dispositis nãque particulis & multiplicatione facta decussatim, reliquisque peractis, restabunt $\frac{21}{49}$. Quæquidem rediguntur ad $\frac{3}{7}$, sicut prius. Sed melius erit compendium sequi.*

$$\begin{matrix} 35 & & 14 \\ \frac{5}{7} & \times & \frac{2}{7} \\ \frac{21}{49} & & \frac{3}{7} \end{matrix}$$

*Particularum aũt semper ea maior est, super qua, multiplicatione indecussim facta, maius productũ consistit. Vnde discernis ex formula particulam $\frac{5}{6}$ maiorem esse, quàm $\frac{7}{9}$, & excedere in $\frac{1}{18}$.* Ex *productorum etiam æqualitate iudicabis æquales inuicem esse particulas. Velut in exemplo nostro $\frac{3}{54}$ reducta facit $\frac{1}{18}$. Hac si multiplicaueris decussatim, hoc est, 18 in 3, & 54 in 1, idem productum vtrique particularum superstare videbis.*

$$\begin{matrix} 54 & & 54 \\ \frac{3}{54} & \times & \frac{1}{18} \end{matrix}$$

*Exigit aliquando necessitas, vt numerus cum particula ab alio numero solo, vel cum particula sit auferendus. Sit in exemplum subtrahere 2 $\frac{1}{2}$ ex 3 $\frac{1}{4}$. In hac mistura numerorum cum particulis, primum omnium ipsi numeri frangendi sunt in eas quibus adhærent particulas. Quod fiet multiplicando numerum in adhærentis sibi particulæ nomen, et ad productum addendo numeratorem. Velut in hoc loco, vt frangas 2 $\frac{1}{2}$, multiplica 2 in 2, fit 4, adde 1,*

*fit 5, cui ſubſcribe nominatorem 2, ſic $\frac{5}{2}$. Rurſum multiplica 3 in 4, fit 12, adde 1, fit 13, ſubſcribe 4, ſic $\frac{13}{4}$. Habes igitur fractos numeros in eas quibus adhærent particulas, ſcilicet quinque dimidia, & tredecim quartas. Quæ quidem fragmẽta habenda ſunt in opere pro particulis. Ad hanc igitur ſubtractionem more iam dato procedens, inuenies $\frac{6}{8}$, hoc eſt $\frac{3}{4}$ eſſe reſiduum factum de ſubtractione 2 $\frac{1}{2}$ ex 3 $\frac{1}{4}$. Quod ſatis ex appoſita formula patet.*

| $2\frac{1}{2}$ | $3\frac{1}{4}$ |
|---|---|
| 20 | 26 |
| $\frac{5}{2}$ × | $\frac{13}{4}$ |
| $\frac{6}{8}$ | $\frac{3}{4}$ |

*Sed iam proponat aliquis auferre 2 $\frac{1}{4}$ ex numero 5. Frange primum 2 in quadrantes, & habebis $\frac{11}{4}$. Vt autem frangas numerum 5, aut alium quẽlibet, cùm ſolus erit, ſubſcribatur ipſi numero monas intericcta linea, ſic $\frac{5}{1}$. Diſpoſitis, igitur fragmentis, & opere facto, inuenitur pro reſiduo fragmẽtum $\frac{9}{4}$, quod valet 2 $\frac{1}{4}$. Operationis figura ſequitur. Aliter etiam ſi velis, huiuſmodi ſubtractionem expedies. Ex numero 5 frãge ſolùm monadem, alteram illi ſubſcribendo, ſic $\frac{1}{1}$ & ab hoc fragmento aufer particulam $\frac{1}{4}$, reſtat $\frac{3}{4}$, adde quod ſupereſt ex 5, ſublatis 2 & monade, id eſt 3, fit 2 $\frac{1}{4}$. Quod eſt reſiduum idem quod prius.*

| 11 | 20 |
|---|---|
| $\frac{11}{4}$ × | $\frac{5}{1}$ |
| $\frac{9}{4}$ | $2\frac{1}{4}$ |

*Subſcr*

*Subtractio probatur additione, et vicißim probat additionem subtractio. Cùm enim subtrahis à dodrante quadrantem, relinquitur semis. Quod probabis addendo semißi quadrantem, & restituetur dodrans. Ex quo vicißim semiße deducto, quadrans remanebit.*

$$4 \quad 3$$
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \quad 2\frac{1}{4}$$
$$\frac{1}{4}$$

# De multiplicatione particularum.

*Multiplicatio particulas numero quidẽ auget, quantitate autem minuit. Ea fit bipartitò, videlicet numeratorum inter se, et nominatorum inter se. Vt si proponas multiplicare duas tertias in quatuor quintas. Dispositis è regione sibi modico spatio particulis hoc modo, ducuntur duæ lineæ æquè sibi distantes, vna supra numeratores, altera sub ipsis nominatoribus. Quæ quidem multiplicationum, quas dixi, formas ostendunt. Duc igitur 2 in 4, fit 8, ponendum à dextera rectè contra 4. Duc iterum 3 in 5, fit 15, subscribendum ipsi 8, interiecta linea, habebisque ex proposita multiplicatione productum octo decimas quintas. Cùm inciderit vsus, vt sæpe fit, multiplicandi numeros cum particulis, vel in particu-*

$$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{8}{15}$$

*las solas, sine numeris adiunctas, vel solùm numeros in particulas. Primò frangendi sunt numeri, siue soli sint, siue particulis adhæreant, more iã supra monstrato. Et perinde ac si essent particulæ, reliquum multiplicationis opus est peragendum. Cuius aliquot exempla subscribam. Primùm erit multiplicatio* 2 $\frac{1}{3}$ *in* 3 $\frac{2}{5}$. *Secundum* 5 $\frac{1}{6}$ *in* $\frac{3}{4}$. *Tertium* $\frac{2}{3}$ *in* 10.

$$\frac{7}{3} \quad \frac{17}{5} \quad \frac{119}{15} \; 7\frac{14}{15} \qquad \frac{31}{6} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{93}{24} \; 3\frac{21}{24}$$

$$\frac{2}{3} \quad \frac{10}{1} \quad \frac{20}{3} \quad 6\frac{2}{3}$$

## De particularum diuisione.

Particula maior in minorem partiri dicitur, cùm minor toties deducitur à maiore, quoties fieri possit. Quare proueniens semper erit maius monade. Sint exempli gratia, tres septimæ quas velis partiri in duas quintas. Disponantur ipsæ particulæ, sicut in additione monstraui, sub nominatoribus tamen li-

15 14

$\frac{3}{7} \times \frac{2}{5}$

1

1 5 | 1 $\frac{1}{14}$

1 4

nea

*nea non ſcribitur, propterea quòd non eſt eorum inter ſe multiplicatio facienda. Ducatur 3 in 5, fit 15, item 2 in 7, fit 14, & diſponantur producta ſuis locis. Id autem quod ſuperſtat particulæ, in quam fit partitio, erit partitor alterius producti. Igitur partire 15 in 14, prouenit 1 $\frac{1}{14}$. Quod ſignificat particulam minorem totam, & ipſius partem decimamquartam in maiore contineri. Vel, quod idem eſt, minorem particulã, ex maiore poſſe deduci ſemel totam, & inſuper $\frac{1}{14}$ ipſius.*

*Sciendum eſt autem calculi rationem aliquando ſic exigere, vt abuſione quadam fiat partitio, ſcilicet particulæ minoris in maiorẽ, & tunc prouenientis loco fit particula. Vt ſi fuerit opus ſextãtem in trientem partiri, eadem quæ prius diſpoſitio fiet. Et multiplicatione bis facta, ſubſcribe productum 6, quoniam eſt partitor, producto 3 interiecta linea, fiétque prouenietis loco particula $\frac{3}{6}$, hoc eſt, $\frac{1}{2}$. Hoc autem ex aſsis diuiſione probatur facilè. Nã duæ ſolùm vnciæ, quod eſt dimidium trientis in ſextante continentur.*

$$\begin{matrix} 6 & 3 & \\ \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} & & \frac{3}{6} \end{matrix}$$

*Si numeri partitio in particulam fiat, frangendus erit primùm ipſe numerus, ſicut in præcedentibus iam ſæpe docui, & ſubſcriptæ formulæ ſatis indicabunt. Vbi primùm notatur partitio numeri 4 in particulam $\frac{2}{3}$, & prouenit 6. Deinde numeri*

*meri 4 in particulam $\frac{2}{3}$, & prouenit 6. Deinde numeri 5 $\frac{1}{2}$ in $\frac{2}{7}$, & prouenit 19 $\frac{1}{4}$. Postremò numeri 12 $\frac{1}{3}$ in numerum 4 $\frac{1}{9}$, & proueniet 3.*

12 2
$\frac{4}{1} \times \frac{2}{3}$ 12 | 6
4 *in* $\frac{2}{3}$ 2

77 4 3 1
$\frac{11}{2} \times \frac{2}{7}$ 77 | 19 $\frac{1}{4}$
5 $\frac{1}{2}$ *in* $\frac{2}{7}$ 44

333 111
$\frac{37}{3} \times \frac{37}{9}$ 333 | 3
12 $\frac{1}{3}$ *in* 4 $\frac{1}{9}$ 111

*Particularum multiplicatio, atque partitio, sicut in numeris, sese mutuò probant. Nam multiplicando prouenient in partitorem, id quod est partitum producetur. Velut in diuisione suprà facta, cuius prouenient est 6, multiplica in partitorem $\frac{2}{3}$, prouenit fragmentum $\frac{12}{3}$, quod est 4. Et econtrariò multiplicationem hanc 6 in $\frac{2}{3}$, probabis partitione producti $\frac{12}{3}$, vel in 6, vel in $\frac{2}{3}$. Prouenient enim quãtitates inter se multiplicatæ $\frac{2}{3}$ et 6.*

## De particularum segmentis.

*Quemadmodum monas secatur in particulas quantũ libeat, ita & ipsæ particulæ in alia*

*alia, atque alia rursum segmenta diuiduntur. Quibus tamen duo pluráue nomina non dantur in arte, vulgato more loquendi. Sed eorum quantitate seruata, in particulas simplices rediguntur. Hoc autẽ sic habet. Cùm dicis dimidium dimidij, facis ex dimidio segmentum duplicati nominis, nec aliter notatur, quàm posito bis dimidio, & adiecto puncto ad lineam superstantem nomini, quod casu secũdo profertur, sic* $\frac{1}{2}\ \frac{.1}{2}$. *Quod sanè nihil est aliud, quàm vna quarta. Et similiter in aliis duorum pluriúmve nominum segmentis notatio fiet. Vt triens semissis notabitur perinde ac si essent duæ particulæ, triens scilicet, & dimidium hoc modo* $\frac{1}{3}\ \frac{.1}{2}$. *Quod certè nihil aliud esse potest, quàm vna sexta. Sed huiusmodi nõ erit in omnibus segmentis reductio manifesta. Velut in duabus quintis trium septimarum. Quæ notatio sic est,* $\frac{2}{5}\ \frac{.3}{7}$. *Et in his potissimum, quæ plusquàm duo continent nomina. Quale fuerit hoc* $\frac{1}{2}\ \frac{.1}{4}\ \frac{.1}{5}\ \frac{2}{7}$, *quod ita nominabis, dimidium quartæ partis vnius quintæ duarum septimarum. Ad hanc igitur inuestigationem opus est arte, quam sola multiplicatio præstabit in omni segmentorum genere. Sit ergo propositum ea, quæ iam dixi segmenta in particulas redigere. Disponantur ipsa tria segmenta duorum nominum secundũ multiplicationis formam, hoc modo,*

$$\overline{\frac{1}{2}\ \frac{.1}{2}}\ \frac{1}{4}$$

*fiant*

$\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ \hline 3 & 2 \end{array} \ \frac{1}{6}$

*fiántque multiplicationes numeratorum, atque nominatorum inter se separatim, & habebis tria producta* $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{6}{35}$. *Quæ est trium segmentorum reductio proposita. In segmenti autem reductione, quod est dimidiū quartæ partis vnius quintæ duarum septimarum, trina dispositione procedes, hoc ordine. Vide primùm quænā sit vna quinta duarum septimarum, ipsa duo posteriora, quæ dixi, nomina disponendo, sic* $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{7}$, *& multiplicatione facta, habebis pro quinta parte duarū septimarum, duas trigesimasquintas. Quas iterum disponens, atque multiplicans in quadrantem, sic*

$\begin{array}{cc} 2 & 3 \\ \hline 5 & 7 \end{array} \ \frac{6}{35}$

$\begin{array}{cc} 2 & 1 \\ \hline 35 & 4 \end{array} \ \frac{1}{140}$

*habebis duas centum quadragesimas, quæ reductæ valent* $\frac{1}{70}$, *& est quarta pars vnius quintæ duarū septimarum. Ad postremùm disponens hoc vltimū productū scilicet* $\frac{1}{70}$ *cum primo nomine, quod est dimidium, sic* $\frac{1}{70}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{140}$, *multiplicatione facta produces vnam centesimamquadragesimam: quæ est reductionis particula ex segmento nominum quatuor, quam facere oportuit. Et ita semper in datis segmentis trium, pluriúmve nominū, à posterioribus reductionem institues. Quam nisi nobis ars tradidisset, huiusmodi segmentorum intelligentia confusior erat. His etiam segmētis, siue dicas partium*

*tium partibus, quædam antiqui nomina dedere. Quorum eſt ſemuncia, quod dimidium eſt vnciæ, duella tertia pars, ſicilicum quarta, ſextula ſexta, drachma octaua, ſcrupulus viceſima quarta. Harum reductio ad partes aſsis, hoc eſt, monadis, more iam tradito fiet ita. Multiplicabis vnciæ particulam, quæ eſt* $\frac{1}{12}$ *cum ſingulis ſegmentorum notis, quæ ſunt* $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{24}$, *& inuenies pro ſemuncia* $\frac{1}{24}$, *pro duella* $\frac{1}{36}$, *pro ſiciliquo* $\frac{1}{48}$, *pro ſextula* $\frac{1}{72}$, *pro drachma* $\frac{1}{96}$, *pro ſcrupulo* $\frac{1}{288}$.

## De partibus numerorum capiendis.

*Partes etiam numerorum, ſicut & particularum multiplicatione capiuntur, adhibita tamen partitione. Vt ſi iubearis dare quatuor quintas de numero* 20. *Frange primùm* 20 *ſubſcripta monade, ſic* $\frac{20}{1}$, *quod eſt diſponendum cum* $\frac{4}{5}$ *multiplicandi formula, ſic factáq; multiplicatione, producetur fragmentum* $\frac{80}{5}$, *quod*

$$\frac{20}{1} \quad \frac{4}{5} \quad \frac{80}{5},$$

*reducendo, id eſt, partiendo* 80 *in* 5, *prouenit* 16. *Quæ ſunt quatuor quintæ ex numero* 20, *quas oportuit inuenire. Hoc autem probatur, ſi feceris nominatorem* 20 *ſub numeratore* 16, *ſic* $\frac{16}{20}$. *Cuius*

*particulæ reductio fit* $\frac{4}{5}$. *Nihil erit etiam diuersum capere partem ex numero iūcta particula, sicut* $\frac{1}{11}$ *ex* 24 $\frac{\ }{5}$. *Primùm frangitur ipse numerus, in adhærentis sibi particulæ nomen, reliquísque peractis, fit* 2 $\frac{11}{55}$. *Quæ pars est* $\frac{1}{11}$ *ex* 24 $\frac{1}{5}$. *Huius operis formula sequitur.*

$$\frac{121}{5} \quad \frac{1}{11} \qquad \frac{121}{55}$$

1
1 2 1 | 2 $\frac{11}{55}$
55

# De mutandis particulis in aliquod datum nomen.

*SI datas particulas, vt pote* $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ *mutare velis in aliquod aliud nomē, quod nunc pono esse* $\frac{1}{7}$. *Compone primùm datas particulas* $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$, *fit summa* $\frac{7}{12}$. *Partire in datū nomen* $\frac{1}{7}$, *prouenit* 4 $\frac{1}{12}$. *Quod significat quatuor septimas cū duodecima parte vnius septimæ. Et ideo notādū sic* $\frac{4}{7}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{7}$. *Si segmēti reductio fiat, erit particula* $\frac{1}{84}$. *Trāslatæ sunt igitur datæ particulæ* $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ *in dati nominis particulam* $\frac{4}{7}$, *cum superfluo* $\frac{1}{84}$. *Quod erat propositum. Huius operis probatio fiet, ostendendo* $\frac{4}{7}$ $\frac{1}{84}$ *esse æquales datis particulis* $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$,

*quod*

*quod ita facies. Adde simul $\frac{4}{7}$ $\frac{1}{84}$, fit summa $\frac{343}{588}$. Hanc particulam disponito cum summa $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$, quæ est $\frac{7}{12}$, fiántque multiplicationes indecussim, et videbis vtrique particularũ idem superstare productum, quæ nota est æqualitatis. Sicut in præcedẽtibus iam docui. Verè igitur processit opus. Quod erat probandum.*

$$\begin{array}{c} 336 \quad 7 \\ \frac{4}{7} \times \frac{1}{84} \\ \hline \frac{343}{588} \end{array} \qquad \begin{array}{c} 4116 \quad 4116 \\ \frac{343}{588} \times \frac{7}{12} \end{array}$$

*Sed si fuerint mutandæ particulæ dato nomine minores, tunc fiet segmentum. Vt si destinaueris mutare $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{7}$ in $\frac{1}{2}$, prouenient vigintiquatuor trigesimæ quintæ vnius dimidij, sicut indicat formula subiecta.*

$$\begin{array}{c} 7 \quad 5 \\ \frac{1}{5} \times \frac{1}{7} \\ \hline \frac{12}{35} \end{array} \qquad \begin{array}{c} 24 \quad 35 \\ \frac{12}{35} \times \frac{1}{2} \end{array} \qquad \frac{24}{35} \; \frac{1}{2}$$

## De tetragonicis lateribus numerorum.

*Omnis numerus seipse multiplicans quadratũ producit numerum. Et qui multiplicatur in*

*se, latus quadrati, seu tetragonicum vocatur. Veluti si numerus 6 in se multiplicetur, producit quadratum 36, & ipsum 6 est tetragonicum latus numeri 36. Constat enim in figuris quadratum lateribus quatuor inuicem æqualibus. Quorum vnius in alterum ductu, vel, quod idem est, vnius in se area figuræ colligitur. Sed in hoc barbaries, sicut et in multis aliis, inualuit, vt huiusmodi latera vulgò radices appellentur, similitudine quadā à plantis, vt isti volunt, deriuata. Qua ratione, si recipimus, ipsa etiam quadrata herbæ, vel arbores dicerentur. Cùm autem exigat aliquando Logisticus vsus in propositis numeris vel tetragonicum latus, vel tetragonico propinquum inquirere, huius inuestigationis artem, cùm sit operosior, non totam simul exemplo grandiori, aliorum more confundam, sed particulatim à facilioribus exorsus, tanquàm molli cliuo, paulatim ascendens instituam. Imprimis igitur super his numeris inquisitio facienda, quorum latus notis solum duabus continetur, velut in numero 7056. Cuius sit tetragonicum latus inuestigandū. Ante omnia subnotentur punctis dati numeri figuræ, ita vt primùm subiaceat primæ, quæ est 6, secundus tertiæ 0: Et sic semper alternatim numeris vno prætermisso, signa poni debent. Pertingétque punctum vltimum ad*

| |
|---|
| 7 0̣ 5 6̣ |
| |

extre

*extremam figuram, quando fuerit impar earum multitudo: sub quibus postea scribantur duæ lineæ æqualiter inuicem modico spatio disparatæ. His ita dispositis consyderans vltimam figuram 7, perinde ac si esset decas, vide numerum aliquẽ ex monadicis, cuius in se multiplicatione productum fiat, aut æquale numero 70, aut certè minus, quàm proximè fieri poßit. Is erit 8, ponendus inter lineas rectè sub 0. Multiplica 8 in se, fit 64, aufer ex 70, restat 6, ponendum rectè super 0, delendo virgulis figuras 7 & 0, sicut in partitionis actu fieri solet.*

6
~~7~~ ~~0~~ 5 6
——
8
——

*Qui multa cum isto participat. Hoc expleto, duplica iam inuentam lateris figuram 8, & ipsius duplum 16 pone sub inferiori linearum, ita vt 6 rectè sit sub 5, & 1 sub 8. Quæratur aliquis numerus ex monadicis, qui ductus in 16, posteà & in se producta superiori summæ 656 faciat æqualia. Is erit 4 statuẽdus inter lineas sub puncto cui superstat 6. Ducito primùm 4 in 1, fit 4, aufer ex 6, restat 2 collocandum super 6, cui subiacet 0, deletis 6 & 1. Deinde ex ductu 4 in 6, fit 24, aufer ex 25, restat 1 super 5, delendo 2 & 5,*

6
~~7~~ ~~0~~ 5 6
——
8
——
16

~~2~~
~~6~~ ~~2~~
~~7~~ ~~0~~ ~~5~~ ~~6~~
——
8 4
——
~~1~~ ~~6~~

& 6 quod est sub lineis. Ad postremum multiplicans 4 in se, & productum 16 ex superiori 16 deducens, eo deleto nihil habes residui. Inuentum est igitur inter lineas tetragonicum latus 84 in dato numero 7056. Quod erat quæsitum. Operis probationem statim habebis, inuentu latus 84 in se multiplicando, cuius producti summa datum numerũ restituit, vt ex multiplicatione subiecta videtur.

| | |
|---|---|
| Ex hac descriptione notandum figuras omnes quæsiti lateris inter lineas punctis rectè subiiciendas. Quæ tot erunt multitudine, quot & ipsa signa. Hoc insuper documentum habebis, cognitu quidem necessarium, sed quod nullus huc vsque, quem viderim, explicuit. Vt in omni positura | 84<br>84<br>336<br>672<br>7056 |

duplicationis numeri inter lineas cõstituti ipsa prima dupli figura, siue sola fuerit, siue cum aliis, semper collocetur infra lineas, vno loco ante priorem sub dupli directò, sub alia ex superis, quæ non est puncto subscripta, & aliæ priorem subsequentur ordine sub linea sinistram versus eundo. Huius regulæ dabit exemplum duplicatio 16 facta ex numero 8. Videmus enim primam dupli sub linea figuram 6 collocatam vno loco ante 8 rectè sub 5, cui non subest punctum, & sinistriorem aliam, quæ est 1 sub 8 ordine subsequi priorem. Quod explicand

candum sedulo putaui. Cùm fiat hoc ignoratum erroris causa faciè si quid aliud. Opere completo, si nullum superest residuum, vt hîc, certum erit numerum cuius latus quæritur esse quadratum. Si verò supersit aliquid, tunc non erit datus numerus ex quadratis. Vt pote, si proponatur numerus 7097, cuius tetragonicu latus inquirens operabitur more iam dicto, & inter lineas habebit 84, sicut prius, sed supra dati numeri figuras 9 & 7, fit ex vltima subtractione residuum 41. Propterea dicas ad datum numerum 7097 tetragonicum latus, nulla vnquam numeratione dari posse. Ipsa autem inter lineas posita notatio 84, latus est maximi quadrati intra numerum datum cõtenti, quod est 7056. Ipsum verò residuum, quale est hîc 41, voco defectũ, propterea quod quadratũ inuenti lateris 84, à dato numero 7097 deficit in 41. Poterit etiam hoc dici superfluum. Sed talis defectus duplum lateris inter lineas positi nunquam excedit. Quod si fiat, signum erit erroris, opusque corrigendum. In istiusmodi numeris non quadratis quomodo latera tetragonicis quàm proximè similia propinquitate fieri possint, paulo post indicabitur. Proponatur rursum inueniri latus in numero 52900. Vbi cùm sit impar figurarum multitudo, si puncta signentur, vt

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
|   | 7 | 4 |   |
|   | 6 | 5 | 1 |
| 7 | 0 | 9 | 7 |
|   | 8 | 4 |   |
|   | 1 | 6 |   |

ſupra docui, veniet vltimũ ſub extremam 5. Quod eſt indicio principium operandi ſub ea faciendum.

Pone igitur 2 inter lineas rectè ſub 5, multiplicãs 2 in ſe fit 4, aufer ex 5, reſtat 1 ſuper 5. Duplica 2, fit 4 diſponendũ infra lineas directò ſub 2, quod eſt ſuperius inter duo pũcta. Scribo 3 intra lineas ſub 9, multiplicãs 3 in 4, fit 12, & 3 in ſe, fit 9. Aufer ordinatim ex 12, et 9, reſtat nihil. Duplica 23, et ipſius duplo 46 infra lineas diſpoſito, videbis ex ſuperioribus nil ſupereſſe, vnde poſt multiplicationem ſolitam, ſubtractio fiat. Scimus autem per regulam datam ad tria puncta totidem etiam figuras lateris adhibendas. Nil aliud ergo fieri poteſt, quàm vt prima quæſiti lateris figura ponatur 0 rectè ſub alio, cui ſubeſt punctum. Eritque 230 tetragonicum latus dati numeri 52900. Et ita ſemper quum duplicatio diſpoſita non habet in ſuperioribus vnde poſſit auferri, ſcribendum eſt 0 inter lineas. Et hoc non ſolùm in prima lateris figura, ſicut hîc, ſed in omnibus intermediis obſeruandum. Velut in hoc numero 164836, cuius latus ex formula inuenitur eſſe 406. Et ipſum 0 medium ponitur, quoniam duplicatio figuræ 4, quæ eſt 8, ex ſuperſtante ſibi 4 non potuit auferri. Nec ſemel tantum in lateribus ſcribitur 0, ſed etiam bis, ter, &

x
5 2 9 0 0
2 3 0
4 4 6

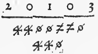
quoties

*quoties opus erit, deficiente summa, vnde requisita subtractio fiat. Prout in numero* 490000. *Cuius latus* 700 *duas habet in principio notas* 00, *quia post primam multiplicationem* 7 *in se, & subtractionem ex* 49 *nihil in superioribus relinquitur.*

*Cæterùm in quadratis quorum latera plus quàm tribus constant figuris, nihil habet operatio diuersum ab aliis. Quare iam satis explicata repetere nil præter molestiam legentibus esse putaui. Ne tamen omnino relinquantur intacta, nudis aliquot exemplis cum figurationibus attingam. Quorum primùm esto numerus* 9030025, *cuius latus est* 3005. *Sequens verò sit* 404130609, *cuius latus est* 20103.

*Sciendum est autẽ numerum omnem cuius prima nota sit* 2, *aut* 3, *aut* 7, *aut* 8 *non esse quadratũ. Neq; etiam si prima fuerit* 5, *& secunda nõ sit* 2. *In particulis aliquando, & in fragmẽtis etiam tetragonica latera quæruntur. Omnis enim particula in se multiplicata quadratã producit particulam. Item & ex fragmẽti in se ductu quadratum prouenit fragmentum. In hac autem inuesti-*





*gatione nihil habent particulæ, vel fragmenta diuersum ab his quæ super numeris modò sunt tradita, præter duplicationem operis. Velut in particula* $\frac{100}{121}$. *Primùm inuenies in numeratore* 100 *latus esse* 10. *Deinde & denominatorem latus habere* 11. *Quæ duo simul in particulam disposita faciunt* $\frac{10}{11}$. *Quod est tetragonicum latus quæsitum in particula* $\frac{100}{121}$. *Itē & in particula* $\frac{1764}{2025}$, *inuenies actu geminato latus esse* $\frac{42}{45}$. *Similiter & in fragmentis, quale est* $\frac{484}{9}$. *Cuius latus inuenitur esse fragmentum* $\frac{22}{3}$. *Quod est* $7\frac{1}{3}$. *Est autem quòd aduertas ex hoc actu non semper intelligi particulas an sint quadratæ, nisi ad minimos numeros redigantur. Qualis est* $\frac{12}{27}$, *quæ reducta fit* $\frac{4}{9}$, *et latus habet* $\frac{2}{3}$. *Quod ex notatione priori nō cognoscitur. Et sint hæc de tetragonicis dicta lateribus.*

## De propinquitate laterum in nō quadratis numeris, atque particulis habenda.

*Post laterū tetragonicorū inuentionē, reliquum est etiā videre quēadmodū in numeris nō quadratis latera fieri possint tetragonicis quàm propinquissimè similia. Id enim ad multa non est inutile. Esto propositū in numero 66 latus tetragonico propinquum*

pinquum inueſtigare. Quæratur imprimis latus more iam tradito, & habebis 8, cū defectu 2 Eſt enim 8 tetragonicum latus maximi quadrati, ſcilicet 64, in dato numero 66 contenti. Quare latus quæſitum non poteſt iam inuentum latus 8 excedere monade. Excedit igitur in aliqua particula. Quam inquires hoc modo. Duplica iam inuentum latus 8, fit 16. Cui ſuperſcribe numerum defectus 2, interiecta linea ſic $\frac{2}{16}$. Quæ quidem particula reducta facit $\frac{1}{8}$. Hanc iunge ad inuentum latus 8, fit $8\frac{1}{8}$, pro ſecundo latere numeri 66, magis propinquo priore 8. Huius enim ſecundi lateris quadratum dato numero ſuperfluit nihil amplius ſemper quàm exceſſu quadrati adiunctæ particulæ: quod in hoc loco eſt $\frac{1}{64}$. Nam multiplicando $8\frac{1}{8}$ in ſe producitur $66\frac{1}{64}$. Talis tamen exceſſus ad monadem vſque tunc perueniet, quando datus numerus à proximo ſibi quadrato monade ſola deficit. Velut in numero 15, qui proximum ſibi quadratum in numeris habet 16, ſi latus inquiras, habebis primùm 3 deficiens in 6. Duplica 3, fit 6, cui ſuperadde defectum 6, fit fragmētum $\frac{6}{6}$, quod eſt monas. Quæ adiecta lateri 3 componit 4, cuius quadratum eſt 16. Et hoc ſtatim videbis primum latus inquirēdo. Tunc enim defectus, qualis eſt 6, latus inter lineas poſitum, ſicut eſt 3, duplo ſemper exced

$$\begin{array}{r} 2 \\ \not{6}\ \not{6} \\ \hline 8 \\ \hline \end{array}$$

*excedit. Et ita perpetuò ad secundi lateris propinquitatem regula procedit. Ad tertij deinde lateris, quarti, quinti, & aliorum quot libuerit, inuentionem magis, ac magis propinquam progressus erit in hunc modum. Resume ex dato numero 66 latus inuentũ secundo loco, quod fuit 8 $\frac{1}{8}$, cuius quadratum excedit 66 in particula $\frac{1}{64}$. Talem excessum diuide semper in duplum lateris vnde factus est. Quod quidem duplum facit 16 $\frac{1}{4}$. Frãge, fit $\frac{65}{4}$. Partire igitur excessum $\frac{1}{64}$ in $\frac{65}{4}$, prouenit $\frac{1}{1040}$. Aufer ex latere 8 $\frac{1}{8}$, restat 8 $\frac{129}{1040}$. Quod est latus tertium propinquius latere secũdo 8 $\frac{1}{8}$. Nam si multiplicaueris 8 $\frac{129}{1040}$ in se producit 66 $\frac{1}{1081600}$. Et hic excessus particulæ multò minor est quàm $\frac{1}{64}$. Sic quoque fiet operando quartum, & quintum latus, & si velis vltra, propinquitate similius tetragonico. Nulla tamen vnquam numeratione iustum latus in istis assequi datur. Quod est aliàs Geometricis methodis per lineamenta facile.*

*Aliter etiam laterum propinquitas experimento tentari solet. Ad quod sciendum est modum progreßionis particularum ad diminutionem fieri sic $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$, & ita deinceps ordine nominatorum naturali procedente. Ad adiectionem verò sic $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$. Et hoc modo semper augmentum à numeratore progreditur. Si*

*quis*

*quis igitur tentabundus propinquum latus exquirat, vt pote in numero 13. Primò ad inuentum latus 3, cuius quadratum 9 à dato numero 13 deficit in 4, addet $\frac{1}{2}$, fiétque secundum latus $3\frac{1}{2}$, cuius quadratum est $12\frac{1}{4}$. Cùm igitur videat non esse satis ad 3 addere $\frac{1}{2}$, addendo $\frac{2}{3}$, faciet tertium latus $3\frac{2}{3}$, cuius quadratum cum sit $13\frac{4}{9}$, ipsum maius est quàm sit opus. Cùm itaq; secundum latus $3\frac{1}{2}$ à proposito deficiat, & tertium $3\frac{2}{3}$ excedat, componi debent numeratores particularum, & nomina simul. Fiétque ex duabus $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$ vna particula $\frac{3}{5}$. Quam iungendo ad 3, fiet quartũ latus $3\frac{3}{5}$, cuius quadratum est $12\frac{24}{25}$, cui ad 13 deest $\frac{1}{25}$. Si videbitur adhuc propius accedendum, componendæ sunt tertij lateris excedentis, & huius deficientis particulæ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$, eo quo dixi modo, fiétque particula $\frac{5}{8}$. Quæ iuncta cum 3 efficiet quintum latus $3\frac{5}{8}$, ex cuius in se ductu ad 13 supersunt $\frac{9}{64}$. Et hunc morem continuando vicinior semper ad quæsitum ratio constat. Sed huiusmodi tentatio sicut parum habet artis ad opus, ita & facilitatis ad intelligentiam multum. Cæterum si proponatur in numero, cui adhæret particula, vtpote $13\frac{1}{2}$, propinquum latus inquirere. Alterutro ex modis iam datis inuenies secundum latus in 13 esse $3\frac{2}{3}$. Cuius in se ductu fit productũ $13\frac{4}{9}$, deficiens à $13\frac{1}{2}$*

in $\frac{1}{8}$. Et sic propter adiunctas numeris particulas regula superior non variatur, sicut in aliis, quæ solæ ponuntur, qualis est $\frac{5}{9}$. Vbi ad latus habendum processus est aliter, idque duobus modis. Quorum primus est, vt accipias in numeratore propinquum latus, vtpote $2\frac{1}{4}$. Deinde & in nominatore 9 latus 3. Partire $2\frac{1}{4}$ in 3, prouenit $\frac{3}{4}$. Quod est latus propinquum datæ particulæ $\frac{5}{9}$. Nã ex ductu $\frac{3}{4}$ in se, fit productũ $\frac{9}{16}$, quod excedit $\frac{5}{9}$ in $\frac{1}{144}$. Excessus ratio est, quoniã in numeratore 5 sumptũ fuit latus $2\frac{1}{4}$ excedẽs 5 in $\frac{1}{16}$. Propterea ad perquirendũ latus in particulis quarum neutra pars quadrato numero cõstat, propius erit si duo latera sumantur, vnum excedens, & alterum deficiens, quàm si ambo, vel excessu, vel defectu peccarent. Sicut in $\frac{5}{8}$ deficiens latus ad 5 est $2\frac{1}{8}$, ad 8 autẽ excedens est 3. Partire $2\frac{1}{8}$ in 3, prouenit latus $\frac{17}{24}$. Cuius quadratum $\frac{289}{576}$ deficit à $\frac{5}{8}$ in $\frac{71}{576}$.

Sciendum est autem in omni particula non quadrata ex numeris alterutrum velis fieri posse quadratum, quantitate seruata. Verbi causa, si libeat in particula $\frac{5}{8}$ numeratorem esse quadratũ, multiplicando 5 in se, & item 8 in 5, efficies $\frac{25}{40}$. Si verò nominatorem, multiplicabis 8 in se, & item 5 in 8, fietque $\frac{40}{64}$. Sed iam perquiratur aliter latus in data particula $\frac{5}{8}$. Ducito 5 in 8, fit 40. Sume

ad

*ad 40 propinquum latus 6 $\frac{1}{3}$. Partire in nominatorem 8, prouenit $\frac{19}{24}$, latus satis propinquum ad $\frac{5}{8}$. Quod exuperat solùm in $\frac{1}{576}$. Quare posterior iste modus in hoc loco ad propinquitatem magis accedit. Si cui tamen vltra tendere placet, artem de lateribus datam in numeris ad particulas etiam applicabit. Velut in hac particula $\frac{5}{8}$, cuius primum latus $\frac{19}{24}$ excedit in $\frac{1}{576}$. Hunc excessum partire in duplum lateris $\frac{9}{24}$, quod est $\frac{19}{12}$, prouenit $\frac{1}{912}$. Aufer ex latere $\frac{19}{24}$, restat $\frac{721}{912}$ pro latere secundo. Cuius quadratum $\frac{519841}{831744}$ excedit $\frac{5}{8}$ in $\frac{1}{831744}$. Quæ quidẽ particula longè minor est excessu priore $\frac{1}{576}$. Sic igitur se laterum propinquitas habet in nõ quadratis numeris, atque particulis.*

## De cubicis numerorum particularúmque lateribus.

*OMnis numerus suum quadratum multiplicans producit numerum qui dicitur cubus. Et multiplicans numerus talis producti cubicum latus vocatur. Velut si 3 multiplicet suum quadratum, quod est 9, producit 27, qui numerus est cubus, & ipsius cubicum latus fit 3. Et similiter 2 est cubicum latus numeri cubi 8. Ad huiusmodi laterum inuestigationem modum Logistici tradunt*

tantis

*tantis multiplicationum ambagibus implicitum, vt inde non ferè quiſquam ſeſe valeat extricare, in numeris præſertim grandioribus. Nec vllum fit in arte moleſtius opus. Quod equidem ſoleo mirari, cùm non ſit adeo res in obſcuro, vt ſit opus via ſeſe tam ſalebroſa fatigare. Rationem igitur aliter inſtituam, poſito tamen ſecundùm alios principio, quod eſt tale. Sit propoſitū in numero 12167000 cubicum latus inueſtigare.*

| | |
|---|---|
| *Ante omnia ſubnotentur punctis dati numeri figuræ, ita vt primum ſubiaceat primæ, quæ eſt 0, ſecundum quartæ, quæ* | 12167000 <br> 2 |

*eſt 7, tertium ſeptimæ 2. Et ita ſemper duabus intermiſsis ſigna poni debent, à dextra ſiniſtram verſus eundo. Quorum multitudo totidem figuris quæſitum latus conſtare monſtrabit. Deinde ſub punctis lineæ ducantur, ſicut prius in quadratis. Poſt hæc conſyderans ſuperſtantem figurā vltimo puncto, quæ eſt 2, perinde ac ſi eſſet monadica, ſequénſque ſiniſterior decas, cogita tecum aliquem ex monadicis numerum, cuius cubus, quàm proximè fieri poſſit accedat ad 12. Is erit 2. Nam ex 2 in ſe fit 4, & ex 2 in 4 fit 8. Pone 2 inter lineas ſub vltimo ſigno. Hinc igitur ſcire potes in latere quæſito tres eſſe figuras, quarum eſt vltima 2. Hucuſque traditionem aliorum cognitu dignam eſſe*

*esse putaui. Reliqua fastidiosi laboris, & intricati plena sunt. Vt sit satius rē vel experimento quærere. Per quod inuenies latus quæsitum esse 230. Cùm ergo sit operosum nimis in dato numero cubicū latus inquirere, et è contrario sit expeditum ex latere cubū inuenire. Si disponantur numeri quotlibet sequentia naturali, et ex singulorū in sua quadrata multiplicatione cubi è regione suorum scribantur, paratam habebis tabulā, in qua statim numerum quemlibet, non maiorem extremo tabulæ, perspicies, aut esse cubum, si suo lateri sit adpositum, aut non esse cubum, si non habeatur in tabula. Cuius exemplar à monade ad decades quatuor hîc infrà descripsi. In qua progressus erit in expedito, quantùm quisque voluerit.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | 1 | 11. | 1331 |
| 2. | 8 | 12. | 1728 |
| 3. | 27 | 13. | 2197 |
| 4. | 64 | 14. | 2744 |
| 5. | 125 | 15. | 3375 |
| 6. | 216 | 16. | 4096 |
| 7. | 343 | 17. | 4913 |
| 8. | 512 | 18. | 5832 |
| 9. | 729 | 19. | 6859 |
| 10. | 1000 | 20. | 8000 |

| | |
|---|---|
| 21. 9261 | 31. 29791 |
| 22. 10648 | 32. 32768 |
| 23. 12167 | 33. 35937 |
| 24. 13824 | 34. 39304 |
| 25. 15625 | 35. 42875 |
| 26. 17576 | 36. 46008 |
| 27. 19683 | 37. 50653 |
| 28. 21952 | 38. 54872 |
| 29. 24380 | 39. 59319 |
| 30. 27000 | 40. 64000 |

*Vsus tabulæ ſic habet. Sint dati duo numeri 5832, & 54891, quorum iubeor cubica latera reperire. Reſpiciens ad tabulam ſtatim video datum primò numerum 5832 habere iuxta ſe directò 18, quod eſt cubicum ipſius latus quæſitum. De ſecundo autem numero 54891, quoniam non eſt in tabula, & minor ipſius extremo 64000, reſpondeo non eſſe cubum, & ideo non habere cubicum latus. Quis igitur nō malit labore ſibi modico tabulā ſemel parare, quā in re moleſta ſæpius fatigari?*

## De propinquitate laterum in non cubis numeris habenda.

*HViuſmodi autem cuborum deſcriptio non ſolùm in ipſis latera ſtatim oſtendit, ſed etiam*

*etiam ad propinquitatem aliorum in non cubis habendā subseruiet. Velut in numero 1730 latus cubico propinquum inquirens, coniectis in tabulam oculis, video inter duos cubos 1728 & 2197 datum numerum haberi, propius tamen accedere minori, quem dyade tantùm superat. Iam igitur fio certior latus quæsitum paulo minus esse quàm 12, & minus quàm 13. Talis ergo particula debet institui, cuius additamento ad latus 12 defectus dyadis expleatur, quàm proximè fieri possit. Ad hoc autem falsas quidam regulas commenti sunt. Vera autem sic habet. Triplica primò latus inuētum 12, fit 36. Ducito in 12, fit 432. Adde 36, fit 468. Huic producto superscribe numerum defectus, qui est 2, interiecta linea, fietque particula $\frac{2}{468}$, hoc est $\frac{1}{234}$. Adde primo lateri 12, fit 12 $\frac{1}{234}$. Quod est latus cubico propinquum dati numeri 1730. Nā ex 12 $\frac{1}{234}$ fit cubus 1729 $\frac{108505113}{12812904}$. Proponatur rursum inueniri cubicū latus proximè ad numerum 732. Ex tabula primùm videbis esse 9 deficiens triade. Vt autem habeas secundum ex regula dicta, sic operare, Triplica 9, & erit 27. Ducito in 9, fit 243. Adde 27, erit summa 270. Cui superscribe defectus numerum, quæ est trias, fietque particula $\frac{3}{270}$, hoc est $\frac{1}{90}$. Adde ad 9, fit secundum latus quæsitum 9 $\frac{1}{90}$. Vnde fit cubus 731 $\frac{512731}{729000}$, à dato numero 732 deficiēs in $\frac{216269}{729000}$.*

*Et quoniam latus istud* 9 $\frac{1}{90}$ *non aliquo numero, sed particula solùm deficit, ad tertij lateris indagationem paululum aliquid à præcedente mutãdum, hoc modo. Triplica latus* 9 $\frac{1}{90}$, *fit* 27 $\frac{1}{30}$. *Multiplica in* 9 $\frac{1}{90}$, *producitur* 243 $\frac{1621}{2700}$. *Adde* 27 $\frac{1}{30}$, *fit* 270 $\frac{1711}{2700}$. *Partire defectum* $\frac{216169}{719000}$ *in* 270 $\frac{1711}{2700}$, *prouenit* $\frac{157660108}{531688319}$. *Adde ad latus* 9 $\frac{1}{90}$, *fit* 9 $\frac{14712097409}{47041948710}$. *Quod est tertium latus quæsitum propinquius secundo* 9 $\frac{1}{90}$. *Et hoc modo semper propior erit accessus. Nunquam tamen iustum assequi datur in numeris. Quod aliàs tamen in magnitudine continua descriptionibus grãmicis, sed non admodum facilè consequimur.*

*Cæterum in particulis ab vtraque parte cubis hæc inuentio etiam tabula constabit. Velut in istis* $\frac{1}{8}$ & $\frac{8}{27}$ *latera cubita colligendo statim videbimus esse* $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{3}$. *Ad alias autem non cubis numeris, vel vna tantùm, vel vtraque parte notatas latera proxima quæruntur hoc modo. Sit in exemplum particula* $\frac{17}{100}$, *ad quam latus cubico vicinũ sit opus habere. Primùm ducendus est in se nominator* 100, *fientq;* 40000, *multiplicãda in* 27. *Vnde fit productum* 1080000. *Huius primum latus cubico simile inuenitur esse* 102, *ex quo fit cubus* 1061208 *à numero* 1080000 *deficiens in* 18792. *Triplica latus* 102, *fit* 306. *Ducito in* 102, *fit* 31212. *Adde* 306, *fit* 31518. *Superscribe*

*ſcribe defectum 18792, ſit particula* $\frac{18792}{31518}$. *Partire in nominatorem 200, prouenit particula* $\frac{808407}{1575900}$. *Quod eſt latus ſatis cubico vicinum in data particula* $\frac{27}{100}$. *Quod quidem pauxillo maius eſt quàm* $\frac{1}{2}$. *Sed iam multa ſatis ſuper hac propinquitate diſputatio.*

## De numerorum inter ſe ratione rationúmque nominibus.

*NVmerus minor maiorem metiri, ſiue numerare dicitur, qui aliquoties ſibi coacervatus maiorem efficit abſque ſuperfluo. Et tunc maior dicitur multiplex minoris, minor verò pars maioris. Quando autem minor non metitur maiorem, non pars vocatur, ſed partes. Exempli gratia, quoniam numerus 3 quater ſibi coacervatus efficit 12, pars quarta dicitur eſſe ipſius 12, & 12 multiplex ipſius 3, quod dicitur quadruplum. Sed 5 quoniam non metitur 12, nõ iam eſt pars, ſed partes quas nominamus quinque duodecimas. In numeris ratio, quæ græcè dicitur* λόγος *eſt duorum inter ſe numerorum ſecundùm quantitatem habitudo quædam. Quæ quidem relatione, ſiue comparatione perficitur, cuius eſt prima diuiſio duplex. Omnis namque numerus alteri comparatus, aut æqualis eſt, aut*

*inæqualis. Et æqualis quidem est numerus numero, qui neque minori multitudine desit, neque maiore supergreditur. Hæc autē pars rationis, id est æqualitas, diuisionem suapte natura non recipit. Nullus siquidem rectè dixerit, hoc magis, vel minus illi est æquale. Sed inæqualitatis ratio sectionem admittit, in maius scilicet, atque minus. Alio etiam respectu dicitur inæqualitas maior, cùm scilicet maior numerus minori comparatur, contra verò dicitur inæqualitas minor, quando fit minoris ad maiorem relatio. Maioris autem inæqualitatis ratio partes habet quinque. Quarum prima dicitur multiplex, secunda superparticularis, tertia superpartiens, quarta multiplex superparticularis, quinta multiplex superpartiens. Ratio multiplex dicitur, quando maior numerus minori comparatus, eum in se continet plusquàm semel, vt puta, bis, ter, quater, & deinceps. Quæ primùm in naturali dispositione numeri perspicitur. Nanque ad vnum cuncti qui sequuntur omnium ordine multiplicitū varietates custodiunt. Ad primum enim, quæ est monas, sequens numerus 2 duplus est, 3 triplus, 4 quadruplus, 5 quincuplus. Atque sic in ordinem progrediendo omnes texuntur multiplicium voces. Velut si 30 comparetur ad 5, dicemus eos numeros se habere in ratione sexcupla, & 20 ad 2 rationem habere decuplam, & sic in aliis. Talis etiam collationis*

*tionis numeri rationum termini dicuntur, & item quantitates. Superparticularis ratio dicitur, cùm relatus maior numerus ad minorem, totum intra se continet, & insuper partem ipsius minoris aliquam. Quæ si fuerit dimidium, talis habitudo dicitur sesquialtera. Cuius principium dabit 3 ad 2. Si verò pars fuerit tertia, vt est 4 ad 3, & 12 ad 9, dicetur sesquitertia. Et vt semel dicam, huiusmodi ratio semper exprimitur voce composita à sesqui, & nomine partis, quàm maior supra minorem obtinet. Vt est sexquioctaua, quàm habet 9 ad 8, & 27 ad 24, & in reliquis eodem modo. Tertia species, quam superpartientem diximus, tunc est, cùm maior numerus totum in se complectitur minorem, & partes insuper aliquas. Veluti duas tertias, tres quartas, quinque septimas, et quot attulerit comparatio. Cui donat originem numerus 5 ad 3, vocatúrque superbipartiens tertias, & 7 ad 4 supertripartiens quartas, 9 ad 5, vel 18 ad 10 superquadrupartiens quintas, 16 ad 9 superseptupartiens nonas. Et ad formã hanc in cæteris huius habitudinis nomina finguntur. Porrò quarta species multiplex superparticularis dicta, nihil est aliud quàm prima iuncta secundæ, sicut ipsa nominis compositio monstrat, & vtriusque diffinitio cõcurrit in istam. Cùm enim retuleris 5 ad 2, quòd maior occupat minorem plusquàm semel, hoc mul-*

*triplicis est, hoc verò quòd adhuc minoris parte superabũdat, superparticularis. Et propterea vtrusque nomine dicta ratio 5 ad 2 vocatur dupla sesquialtera, seruatúrque semper in hac specie geminatio talis, vt est 10 ad 3 tripla sesquitertia, 36 ad 5 septupla sesquiquinta, 49 ad 4 duodecupla sesquiquarta. In quinta demùm specie, quæ est multiplex superpartiens, compositionis proprietas, nomináque seruantur, qualia sunt in simplicibus prima & tertia. Velut conferendo 11 ad 3 existit habitudo tripla superbipartiens tertias. Et in collatione 22 ad 5 oritur quadrupla superbipartiens quintas. Et eadem est ratio 54 ad 7, quæ est 108 ad 14, vtrobique enim septupla superquintupartiens septimas. Ad hũc modũ se habent maioris inæqualitatis quinque species, quibus alia totidem minoris inæqualitatis respondent qualitatibus eisdem, nisi quòd fit inuersio comparandi, numeri scilicet minoris ad maiorem. Eisdem quoque nominibus exprimuntur, sed cum additamẽto præpositionis sub, hoc modo, submultiplex, subsuperparticularis, subsuperpartiens, submultiplex superparticularis, submultiplex superpartiens. Istis etiam congruent exẽpla prioris collationis, ordine mutato. Velut cùm suprà diximus 30 ad 5 rationẽ habere sexcuplam, ita dicendum 5 ad 30 rationem obtinere subsexcuplam, & 2 ad 20 subdecuplam. Item 2 ad 3 subsesq*

*ſexquialteram, & 3 ad 4 ſubſexquitertiam. Præterea 3 ad 5 ſubſuperbipartiẽtem tertias, & 4 ad 7 ſubſupertripartientem quartas. Et ſimiliter in alijs hæc forma procedit. Ea autem quæ Græcè dicitur ἀναλογία, Latinè autem Cicero, & Quintilianus vertunt, proportio, eſt rationum ſimilitudo. Vnde numeri quorum eadem eſt ratio, proportionales vocantur. Veluti ſunt 4 ad 2, et 6 ad 3, vtrobique enim ratio dupla. Boetius autem, & poſt eũ omnes, rationem inter duos numeros dicunt proportionẽ, ipſamque rationum ſimilitudinem, nullo latinitatis exemplo, proportionalitatis nomine vocant.*

## Quomodo rationum ſpecies & appellationes dignoſcantur.

*Propoſitis duobus numeris, vtputa 12400, et 124, quænã ſit inter eos ratio, partitione maioris in minorem, ipſum proueniẽs ſtatim oſtendet, quod cùm ſit in hoc loco 100, dicemus inter datos huiuſmodi numeros rationem eſſe centuplam. Et ſi minor in collatione præcedat ſubcentuplam. Et ita perpetuò cùm ſolùm prouenit numerus abſque particula, tunc quæſita ratio fit ex multiplicibus aliqua, vtpote dupla, tripla, quadrupla, & deinceps, prout multiplicauerit ex partitione numerus, &*

*idem de ſubmultiplicibus intelligendum. Habitudo ſuperparticularis, & ipſius oppoſita in prouenientè ſolam exhibet monadem, cum particula monadica, poſtquam erit facta reductio. Velut partiendo 9 in 8, prouenit 1 $\frac{1}{8}$, quare dicendum rationem 9 ad 8 eſſe ſexquioctauam. Item partiendo 18 in 12, prouenit 1 cum particula $\frac{6}{12}$, quæ quidem reducta facit $\frac{1}{2}$. Dices igitur 18 ad 12 ſe habere in ratione ſeſquialtera, & viciſsim 12 ad 18 rationem habere ſubſeſquialteram. In ſuperpartiente autem prouenit etiam monas cum particula numerali, quæ quidem eſt reducenda, ſi fieri poſsit, antequàm de ratione pronunties. Exempli gratia, ſi partiaris 10 in 6, prouenit 1 $\frac{4}{6}$, non tamen rectè dixeris rationem 10 ad 6 eſſe ſuperquadrupartientem ſextas. Sed reducendo $\frac{4}{6}$ in $\frac{2}{3}$, dictam rationem videbis eſſe ſuperbipartientem tertias. Et in oppoſita ſpecie ſimiliter, huic nomini iungendo ſub. In reliquis autem nominibus compoſitis, prouenienſ ſemper dabit numerum cum particula quidem monadica, ſi fuerit ratio multiplex ſuperparticularis, cum numerali verò, ſi fuerit multiplex ſuperpartiens. Exemplum erit partitionis 66 in 9, vbi prouenit 7 $\frac{1}{3}$. Hæc igitur ratio dicetur ſeptupla ſeſquitertia. Et 32 ad 5 erit ratio ſexcupla ſuperbipartiens quintas. Quandoquidem ex partitione 32 in 5, prouenit 6 $\frac{2}{5}$. In collationibus*

*nibus autem oppositis, prior quidem erit subseptupla sexquitertia, altera verò subsexcupla superbipartiens quintas.*

# De particularum fragmentorúmque rationibus, quomodo dignoscantur.

*Non solùm numeri conferuntur numeris, sed etiam particulis, atque fragmentis, & ipsæ etiam inter se particulæ. Quarum rationem inuestigabis hoc modo. Sit propositum dare rationem quam habet* $\frac{1}{3}$ *ad* $\frac{4}{7}$. *Disponãtur datæ particulæ atque multiplicẽtur in decussim, fientque producta* 21 & 20. *Quæ est igitur ratio* 21 *ad* 20, *eadem est* $\frac{1}{3}$ *ad* $\frac{4}{7}$, *hoc est, sesquiuigesima. Et hæc inuestigatio locum habet vniuersè, non solùm in particulis, sed etiam in fragmentis. Vt si quæras rationem quæ est* 7 $\frac{1}{3}$ *ad* 3 $\frac{1}{2}$, *primò frangendi sunt numeri in adhærentes sibi particulas, fientque fragmẽta* $\frac{22}{3}$ & $\frac{7}{2}$, *quibus in decussim multiplicatis habebis producta* 46 *et* 21. *Partire* 46 *in* 21, *prouenit* 2 $\frac{4}{21}$, *quod indicat rationẽ* 7 $\frac{1}{3}$ *ad* 3 $\frac{1}{2}$ *esse duplam super quadrupartientem vigesimas primas. Et contra* 3 $\frac{1}{2}$ *ad* 7 $\frac{1}{3}$ *rationem*

| 21 | 20 |
|---|---|
| $\frac{1}{3}$ | $\frac{4}{7}$ |

*haber*

*habere subduplam superquadrupartientem vigesimas primas. Si autem numerus conferatur particulæ, veluti quatuor duabus tertiis. Frange 4 subscripta monade, sic $\frac{4}{1}$, cuius multiplicatione in $\frac{2}{3}$ facta decussim, videbis rationem 4 ad $\frac{2}{3}$ fieri sicut 12 ad 2, hoc est sexcuplam.*

$$\begin{matrix} 12 & & 2 \\ \frac{4}{1} & \times & \frac{2}{3} \end{matrix}$$

## Quomodo dignoſcatur vna ratio eſſe maior altera.

*Dentur duæ rationes, vtpote dupla, et tripla, de quibus scire volo vtra sit earum maior. Primùm oportet datas rationes in suis qualescunq; fuerint, numeris collocare, qui etiam termini dicuntur. Vt in dupla termini sunt 2 & 1, vel 4 & 2. In tripla verò 3 & 1, vel 9 & 3, & quot libuerit duplos, & triplos inter se colligere. In omni autem rationum comparatione terminus prior dicitur antecedens, alter verò consequens. Disponantur itaque in suis terminis datæ rationes, sic vt antecedens vtrunque suo consequenti superstet. Factáque multiplicatione secundùm decussim, erunt producta, 12*

$$\begin{matrix} 12 & & 18 \\ 4 & \times & 9 \\ 2 & & 3 \end{matrix}$$

*quid*

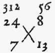
*quidem ſuper 4, & 18 ſuper 9. Quoniam igitur maior eſt numerus ſuper 9 quàm ſuper 4, maior eſt ratio 9 ad 3, quàm 4 ad 2, hoc eſt tripla ratio maior eſt ratione dupla. Quod erat ſciendum. Contrà verò ſubdupla ratio maior eſt ratione ſubtripla, quod etiam huius formulæ regula monſtrat, diſpoſitis rationum terminis inuerſo modo. Et hoc oppoſitum in oppoſita rationum ſpecie ſemper eueniet.*

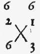
| 18 | | 12 |
|---|---|---|
| $\frac{2}{4}$ | × | $\frac{3}{9}$ |

*Datis etiam rationum terminis, non perquiſito nomine, cognoſcitur quænam ſit maior, prout ex ſubiectis figurationibus ſatis apparet. Nuſquàm enim regula fallit, vt cuius terminis productum maius ſuperſtat, ea ratio ſit maior altera, etiamſi vna ex datis rationibus ſit maioris inæqualitatis, & altera minoris. Cùm tamen ſit ea comparatio vix legitima. Si autem fuerint producta multiplicationum inuicem æqualia, ſignũ erit æqualitatis ipſarum inter ſe rationum. Quanuis nõ admodum propriè dicatur in rationibus æqualitas, ſed ſimiles, vel eædem inter ſe dicuntur.*

| 84420 | | 68766 |
|---|---|---|
| 420 | × | 219 |
| 314 | | 201 |

| 10500 | | 10104 |
|---|---|---|
| 350 | × | 24 |
| 421 | | 30 |




*Et non solùm in rationibus numerorum, sed in particulis quoque locum habet regula, sicut in earum subtractione suprà notaui. Cuius etiam demonstrationem aliàs in opere de quadratura circuli, ad confutationem tetragonismorum adhibui, ne calumniæ locus esset. Huiusmodi cognitionem aliter Boetius libro secundo Musices, circuitione longa, magis implicat quàm explicet. Aliorum autem nemo, quem viderim, præter Vitellionem, quem & sequitur Lucas, super hoc doctrinam posuit, cùm tamen ad multa requiratur. Ea (inquit) ratio maior altera dignoscitur esse, quæ maiorem habet denominationem. Vtpote tripla maior est quàm dupla, quoniam trias maior est dyade. Et econtrario subdupla maior est subtripla, quoniā dimidium maius est triente. Istud autem verum est, & in multiplicibus apertū, cùm fuerit denominatio nota. In aliis verò præsertim quæ grandioribus terminis continentur, opertum prorsus, & implicitum. Velut si quæratur in duabus istis rationibus 407890 ad 398457, & 4103 ad 3415, vtra sit earum maior. Neque enim leuioris est negotij ipsorum nominum quàm rationum excessus inuestigare. Hoc fuit*

*fuit igitur obscurum docere per obscurius.*

# De componendis rationibus numerorum.

*Habent rationes numerorum tractationes inter se, quarum praxis theoriæ sic adhæret, vt separatim vix intelligatur. Super istis ea disseram, quæ & ad logisticum vsum satis erunt, & intellectus vel mediocris facultatem non excedant. Componuntur, multiplicantur, diuiduntur, atque subtrahuntur rationes, sed eiusdem speciei, hoc est, vel maioris inæqualitatis inter se, vel minoris inter se. Neque enim misturam legitimè recipiunt. Compositionis modum præscribit Euclides ad principia libri sexti. Ratio (inquit) ex rationibus componi dicitur, quando rationũ quantitates in se ipsas multiplicatæ fecerint aliquas. Intelligit autem per rationũ quantitates numeros, qui et termini dicuntur, vnde nomina concipiuntur. Vtpote rationis duplæ quantitates sunt, duo ad vnum, iidémque subduplæ, sed inuerso modo, vnum ad duo, sesquitertiæ tria ad duo, subsesquitertiæ duo ad tria, & sic in aliis, prout in superioribus explicui. Volens itaque sesquialteram cum sesquitertia componere, dispono ipsarum terminos 3 ad 2, & 4 ad 3 more particu*

*ticularum, multiplicans 3 in 4 & 2 in 3, fiunt duo numeri 12 & 6, inter quos habetur ratio dupla. Et ita semper productorum habitudo rationũ compositionem ostendit. Dicendũ igitur ex sesquialtera, & sesquitertia simul compositis duplam fieri. Si quis rationes prædictas, sed in minori inæqualitate componat, subsesquialteram scilicet cum subsesquitertia, dispositis earum terminis more conuerso, ac sicut prius multiplicando productum habebit subduplæ rationis terminos 6 ad 12. Duplam insuper ad sesquialteram si iungas triplæ compositionẽ habebis 6 ad 2. Et ad sesquitertiã accedens sesquioctaua eam componit habitudinem, quæ est 36 ad 24, hoc est, sesquialteram.*

| | |
|---|---|
| 3 | 4.12 |
| 2 | 3.6 |

| | |
|---|---|
| 2 | 3.6 |
| 3 | 4.12 |

| | |
|---|---|
| 2 | 3.6 |
| 1 | 2.2 |

| | |
|---|---|
| 4 | 9.36 |
| 3 | 8.24 |

*Ista autem & ad medicaminum misturam, & ad speculationẽ musicam præcipuè faciunt, vbi consonãtiæ interuallorum rationibus cõstant. Diapente quidem sesquialtera, diatessaron sesquitertia, diapason dupla, diapason cum diapẽte tripla, tonus etiam sesquioctaua. Ex supradictis igitur inueniunt musici ex diatessaron simul & diapente componi diapason. Et ex diatessaron & tono simul iunctis fieri diapente. Quòd si plures quàm*

quàm duæ rationes componi debeant, vtpote tres, siue quatuor. Ex duabus primùm fiat vna, cui & tertia, deinde & producto quarta iungatur more prædicto. Exempli causa, sit propositum quatuor simul addere rationes, videlicet sesquiquintam, sesquiquartam, sesquitertiam, triplam. Disponantur duæ in suis terminis more fragmentorum, qui sunt 6 ad 5, & 5 ad 4, factáque multiplicatione, prouenient sesquialteræ termini $\frac{30}{20}$ quibus ductis in sesquitertiæ quãtitates $\frac{4}{3}$ fit duplæ productũ $\frac{120}{60}$, quod rursum multiplicans in triplæ numeros $\frac{3}{1}$, producetur sexcupla in terminis $\frac{360}{60}$. Ex quatuor igitur rationibus datis sexcupla componitur. Harum multiplicationes ordine subieci.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 5. | 30 | 4 | 120 | 3. | 360 |
| 5 | 4. | 20 | 3 | 60 | 1. | 60 |

Habetur & alter componendi modus priori quidem similis effectu, sed potior arte, quem facilitatis causa exemplo præcedenti monstrabo. Vbi propositum erat de componendis quatuor rationibus sesquiquinta, sesquiquarta, sesquitertia, tripla. Continuentur ipsæ rationes in suis terminis, scilicet vt singularum consequentes, vltimo dempto, sint etiam antecedentes, in hunc modum 6.5.4.3.1. In

*hac igitur continuitate ratio primi numeri ad vltimum sine multiplicatione monstrabit quæ nam sit omnium inter se ratio cōposita. Quam, sicut prius inuenta est, sexeuplam esse videmus. Vnde manifestum est eandem rationem ex pluribus, et paucioribus interpositis in eadē inæqualitatis specie terminis aliarum posse componi. Velut in sexeupla, si terminis 6 & 1 interponantur 3 & 2 sic 6. 3. 2. 1, eadem quæ prius compositio fiet. Cuius formulā apposui. In qua duo producta 36 & 6 rationem sexquiplam retinent. Et idem similiter fiet in aliis quibuslibet. Et hæc ad rationum compositionem satis.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 3. | | 18 | 2. | 36 |
| 3 | 2. | | 6 | 1. | 6 |

# De subtractione rationum.

*Svbtractio fit in eiusdem speciei rationibus, minoris ex maiore terminos ipsarum decussatim multiplicando, in hunc modum. Disponantur quarumlibet rationum numeri, velut sesquialteræ, & sesquitertiæ, perinde ac si esset particularum subtractio facienda. Et multiplicatione facta decussatim, videlicet 3 in 3, et 4 in 2, erunt producta 9 & 8, quorum est habitudo sesquioctaua. Sublata*

9 8
3 X 4
2 3

*lata igitur ſeſquitertia ex ſeſquialtera relinquitur ſeſquioctaua. Quod & proponit Euclides in Harmonicis. Si ex ſpatio (inquit) ſeſquialtero ſeſquitertium auferatur ſpatium, relinquitur ſeſquioctauum. Vnde patet in conſonantiis, diapente à diateſſaron tono diſtare. Huiuſmodi ſubtractio in minoris inæqualitatis ſpecie nihil habet in opere diuerſum, præter inuerſionem terminorum. Et inter producta 8 & 9 ſubſeſquioctaua ſit habitudo.*

*Nec quicquã refert vter ex duobus terminis prius, an poſterius ſcribatur, ſed ſi in maiori inæqualitate fiat ſubtractio intelligi debet, ſecundùm rei naturam, maior terminus præcedere, et in oppoſita ſpecie minor. Porrò autem in iſtis, ſicut & in numeris probat additionem ſubtractio, quæ et viciſſim ſubtractione probatur. Si enim ſeſquioctauam adieceris ſeſquitertiæ, redibit ſeſquialtera. Vt patet exemplo. Lucas in hac operatione dixit, rationem maiorem à minori ſubtrahi non poſſe, non magis quàm in numeris eum qui ſit maior ex minore. Quod cùm ſit veriſſimum, nihilominus tamen ſcriptor quidam tẽpore noſtro verboſiore calumnia, ſicut eſt natura loquacior, hoc aſſerit eſſe falſum omnino. Cuius diſputationẽ ſuper re non ſolum vera, ſed etiam ma-*

4 9. 36
3 8. 24

8 9
2 X 3
3 4

*nifesta ne confutatione quidem aut relatu dignam existimaui.*

## Quomodo rationes multiplicentur.

*Rationum multiplicatio analogia procedit. Quæ est rationum similitudo. Et in tribus terminis minimum est. Quando autem tres numeri proportionales fuerint, primum ad tertium habere rationem dicitur duplam illius quam habet ad secundum. Quando verò fuerint quatuor, primum ad quartum habere rationem dicitur triplam illius quam habet ad secundum. Sicque deinceps ordinatim. Et ita ferè finiitur hæc ad principia quinti Elementorū. Erit itaque rationis subduplæ analogia in tribus terminis, hoc modo,* 1.2.4. *In quatuor* 1.2.4.8. *In quinque* 1. 2.4.8.16. *Si quis igitur rationem hanc in duo multiplicare proponat, quod est duplicare, ipsam continuabit in tribus terminis, qui sunt* 1.2.4. *Eritque ratio* 1 *ad* 4 *ea quæ est* 1 *ad* 2 *duplicata, hoc est, subquadrupla. Rursum eiusdem in tria multiplicatio fiet in quatuor ipsius terminis continuis* 1.2.4. 8. *Eritque ratio* 1 *ad* 8, *ea quæ est* 1 *ad* 2 *triplicata, hoc est, suboctupla. Continuatio autem quinque terminorum* 1. 2. 4.8.

4.8.16 multiplicationē facit eiusdem in quatuor, quæ est subsedecupla. Et ita deinceps terminorum incremento, analogia seruata, multiplicatio progreditur. Vtpote si ad duplā rationem decuplum producere velis, eius ipsius terminos vndecim continuando sic, 1024.512.256.128.64.32.16.8.4.2.1. Videbis primi ad vltimum rationem esse millesimam vigesimam quartam. Quæ est decupla duplæ. Cæterum in rationibus alius quæ non sunt de genere multiplici, paulò est scientius analogiæ progressus extendere. Velut in sesquialtera, quæ est in minimis numeris 3 ad 2. Hanc si fuerit opus duplicare tres ipsius terminos duorum adminiculo continuabis, hoc modo. Multiplica 3 in se, fit 9, deinde 3 in 2, fit 6, postremò 2 in se fit 4. Est igitur analogia sesquialteræ in tribus terminis 9.6.4. Quare ipsa duplicata est eadem, quæ 9 ad 4, hoc est, dupla sesquiquarta. Item si fuerit hæc eadem ratio in tria multiplicāda, ex tribus terminis 9.6.4 singulatim multiplicatis in 3, & ipso 3 in se, quatuor fient producta 27.18.12.9. Eritque sesquialtera triplicata sicut 27 ad 9, id est, tripla. Rursum vt eadem sesquialtera quadrupletur, ex quatuor numeris 27.18.12.9, alios quinque faciemus, singulos in 3 multiplicando, & vltimum 9 iterum in 2, continuabiturque ratio data in istis quinque terminis 81.54.36.27.18. Eritque ratio

*81 ad 18 sesquialtera quadruplata. Talis itaque multiplicandi rationes modus habetur.*

## De rationum diuisione.

*Rationum diuisio vnius, siue plurium terminorum interpositione continuata procedit. Vnius quidem in duas rationes, duorum in tres, trium in quatuor. Et ita deinceps ordinatim vnius additamento diuisionum terminos excedens. Sed diuisionem quamlibet omnis ratio data non recipit, quemadmodum exemplis sequentibus ostendam. Sit ergo propositum sedecuplam rationem, quæ est 16 ad 1 in duas æqualiter diuidere. Inter 16 & 1 ponatur 4, sic 16. 4. 1. Dico rationem datam 16 ad 1 esse diuisam æqualiter in duas quadruplas, scilicet 16 ad 4, & 4 ad 1. Et ordine conuerso, dispositis numeris 1. 4. 16, subsedecupla diuiditur æqualiter in duas subquadruplas. Ac generaliter omnis ratio inter cuius extrema vnus cadit medius proportionalis numerus in duas æqualiter rationes diuidi potest. Prout est ratio quadrupla 4 ad 1, inter cuius extrema vnus cadit medius proportionalis numerus 2. Sicut etiam dupla sesquiquarta inter cuius terminos 9 ad 4 medius proportionalis inuenitur 6. Quæ quidem inuentio constabit hoc modo. Ducantur inter se duo dati numeri 9*

*&*

*& 4, fit 36 quadratus numerus cuius latus est 6. Quoties igitur ex duorum inter se numerorum multiplicatione non producitur quadratus numerus, certum est nullum proportionalem medium inter ipsos haberi posse. Velut inter 8 & 6, quoniam ex eorum ductu producitur 48, qui non est quadratus, & proprerea tetragonicum latus non habet quod sit proportionale inter 8 & 6. Et si inter alicuius rationis extrema duo reperiantur continuè proportionales numeri, qualis est quadrupla superdecies septies partiens vigesimas septimas, scilicet 125 ad 27, quorum intermedij sunt 75 & 45 analogiam facientes superbipartiẽtem tertias, hoc ordine 125.75.45.27. Talis (inquam) ratio ternariam diuisionem æquali modo recipit. Quòd si rationum extrema analogiam numerorum intra se non capiant, nec etiam partitionem æqualiter admittunt. Qualis est sesquioctaua, inter cuius extrema 9 & 8 nullus inuenitur proportionalis numerus propter hoc habetur in musica, tonũ per æqualia diuidi non posse. Quod Euclides in institutionibus harmonicis de superparticulari ratione generaliter ita proponit. In superparticulari (inquit) spatio, medij, neque vnus proportionaliter neque plures incidunt numeri. Quomodo autem propositis duobus numeris dignoscatur an inter ipsos plures incidant proportionales continuè numeri, hoc, sicut*

*& alia ſubtilioris operæ multa ex Elementis petendum. Omnis tamen ratio vnius, vel plurium interpoſitione continuata terminorum non continuè proportionalium, totidem quot & in analogia diuiſiones, ſed non per æqualia capit. Exemplum faciant 12 & 2 inter quos ponatur 5, hoc modo 12. 5. 2. Dico rationem iſtam ſexcuplam in duas, quæ ſunt dupla ſuperbipartiens quintas, & dupla ſeſquialtera rationes, ſed inæqualiter eſſe diuiſam. Quandoquidem minor eſt ratio 12 ad 5, quàm 5 ad 2. Sicut ex formula videtur apertè.*

24 25

12 × 5

5 2

*Recentiores quidam ſuper iſtis inculcant inaniter, & ſuperfluè multa. Vt mihi rem ipſam magis implicare quàm intelligere videantur.*

## Datis tribus numeris, quartum proportionalem inuenire.

INuentionis, ſubtilitatiſque logiſticæ pars maxima conſtat, ex ea regula, quæ variè nominari ſolet. A multis ſiquidem dicitur regula trium, vel

*vel ſicut quidam Barbarus ſcripſit tempore noſtro, regula de tri. Ab aliis regula quatuor proportionalium. Porrò & à nonnullis regula vocatur aurea. Ego autem Regulam dico ſimpliciter, ea figura, per quam apud Græcos, poeta propter excellentiam intelligitur Homerus, apud nos autē Vergilius. Nam inter regulas omnes principem locum facilè tenet, nec eſt alia cuius vtilitas tam latè pateat, aut ſit vſus in arte frequentior. Cuius etiam oportunitas omnibus propemodum aliis ſubſidio venit. Propterea neceſſe eſt qualis ſit diligenter inſpicere. Regulæ ſcopus nihil aliud habet, quàm datis tribus numeris, quartum proportionalem inuenire. Sint igitur tres dati numeri 8. 4. 6. & quartum proportionalem ſit opus inuenire. Multiplica ſecūdum in tertium, hoc eſt 4 in 6, fit 24. Quod quidem productum partiri debet in primum, qui eſt 8, & prouenit 3. Qui quartus eſt numerus, quē oportuit inuenire. Nam ſicut ſe habet antecedens 8, ad conſequens 4, ita & antecedens 6, ad conſequens 3, id eſt, ſicut primus ad ſecundum, ita tertius ad quartum. Vtrobique enim ratio dupla. Item permutatim, ſicut antecedens 8 ad antecedens 6, ita & conſequens 4 ad conſequens 3, quorum eſt ratio ſeſquitertia. Et ita ſemper multiplicatione mediij in extremum, & producti diuiſione in primum quarti numeri proportionalis inuentio conſtat.*

*Quanquã et aliis modis, ſed hic eſt omnium expeditiſſimus. Oportet autem in propoſito, vt particulas etiam, vel ſolas vel numeris adiunctas, & item monadem appellatione numeri capias. Nec aliàs locum habet vniuerſè problema. Datis enim tribus numeris 5.4.7, nullus inuenitur quartus proportionalis, niſi cum adhærente ſibi particula, qui eſt 5 $\frac{3}{5}$. Datis etiam particulis $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$, proportionalis quarto loco inuenitur eſſe monas. Item datis $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{2}{7}$, quarto loco proportionalem inuenies particulam $\frac{3}{35}$. Et ſic generaliter regula procedit. Cuius adhuc reſtant accidentia quædam circa diſpoſitionem numerorum. Quæ non aliter melius quàm exemplis explicari, aut intelligi poſſunt. Eſto propoſitum inuenire, quot Solidis valeāt Aurei quindecim more noſtro. Scimus ex conſuetudine, prout nunc eſt, aureum valere Solidis quadraginta ſex. Iam itaque tres habeo numeros, ſcilicet Aureum 1, Solidos 46, & Aureos 15. Vt autem quartum proportionalem habeas, ratiocinandum erit hoc modo. Si Aureus 1, valet Solidis 46, quid aurei 15? Operare prout iam ſupra docui, multiplicans 46 in 15, fit 690. Partire in 1, proueniet idem. Dicendum eſt igitur Aureos quindecim valere Solidis ſexcentum nonaginta. Qui numerus eſt quarto loco proportionalis, quem oportuit inuenire. Sciendum eſt autē in huiuſmodi quatuor*

*tuor numeris, duo semper esse antecedentia, eiusdẽ qualitatis, veluti, sunt hîc duo aureorũ numeri primus, & tertius, scilicet* 1 *&* 15. *Item duo consequentia, eiusdem inter se qualitatis, prout sunt numeri Solidorum secũdus, & quartus, scilicet* 46, *&* 690. *Et hæc ratiocinatio suprapoſita dicitur fieri ab antecedente ad consequens. Qui modus est vsitatissimus in Regula. Poterit tamẽ permutatim fieri, hoc est, ab antecedente ad antecedens, & à consequente ad consequẽs, ita ratiocinãdo. Si Aur.* 1 *esset* 15, *quid solidi* 46? *Operare multiplicans* 15 *in* 46, *et idem quod prius inuenies, hoc est Solidos* 690. *Hoc autem ratiocinium permutatim fieri aliquando necesse est, prout in sequentibus videbitur. Ipsa autem dispositio de tribus numeris datis, argumentationis ordinem subsequi debet, præposita coniunctione Si, vt cognoscatur esse formula Regulæ, hoc modo. Si,* 1. 46. 15? *Numerus autẽ inuentus, opere facto, quartam post alios sedem tenebit, in hanc formam. Si,* 1. 46. 15? 690.

*Habet autem regula post calculum, suam probationem. Quæ fiet hoc modo. Dispositis quatuor numeris ordine suo, & sub secundum, & tertium linea ducta, subscribatur id quod ex ipsorum multiplicatione iam habetur productũ, sicut est* 690. *Item super primo in extremum linea protensa, inscribatur id quod fiet ex ipsorum inuicem multipli-*

*plica*

*plicatione productum, quod hîc etiam erit 690. Quoniã igitur istiusmodi multiplicationũ producta sibi sunt æqualia, ipsi quatuor numeri sunt proportionales. Sicut proponit decimanona septimi Elementorum. Si verò non fuerit productorum æqualitas, errorem operis indicabit. Hanc probationis formulam hîc apposui.*

690

Si, 1. 46. 15? 690.

690

*Cæterùm commoditas regulæ, cùm in vsus varios latissimè pateat, hanc recentiores quidam vt nouum aliquid videantur afferre, modo duplicem, modo conuersam, modo compositam instituunt, & in minutula, veluti frusta secantes, multitudinem inde regularum, detorquendo conficiunt, ad numerum vsque ducentarum quadraginta, quas vocant regulas breues. Quasi non sit breuius, atque scientius vna via rectè quò tendas, quàm diuerticulis obliquè pertingere. Porrò autem necessarium erit, ad vsum Regulæ plenius habẽdum exemplorum diuersitate procedere. Quorum suppellectilem variam, quæstionum formula, sequentibus libris digessimus. Vbi quibusdam aliis etiam regulis erit opus.*

*opus. Quæ iam nunc vt tradantur institutionis ordo requirit.*

## De regula positionis.

*Computatio sic exigit interdum, vt antequã vti regula possis, vnius numeri positio vtcunque sit facienda. Ex qua semper, nisi casu, & fortuitò contingat, prouenit falsum, ita tamen, vt opera Regulæ, verum deinde sequatur. Vnde et à multis falsa positio dicta. Rem autem aliquot problemata sequentia manifestabũt. Quorum primum sit huiusmodi. Numerum inuenire, cuius dimidij, trientis, & quadrantis summa faciat 65. Pone numerum quemlibet eum esse quem quærimus. Sed quò facilius fiat experimentum, talis poni debet, qui datas habeat partes, hoc est, semissem, trientem, et quadrantem. Cuius inuentio sic erit. Dispone tres numeros homonymos partibus datis, qui sunt 2. 3. 4. Multiplica 3 in 4, fit 12, qui si non haberet dimidium, esset iterum multiplicandus in 2, Pone igitur numerũ qui quæritur esse 12. Huius $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ sunt 6. 4. 3, adde simul, fit summa 13. Sed ea proponitur esse 65. Non est igitur 12 is qui quæritur numerus. Quare super hoc inuento falso ratiocinãdum erit per Regulam hoc modo. Si summa 13 venit ex 12, vnde veniet summa 65? Operare sicut*

*cut antea docui, multiplicando 12 in 65, fit 780, partire in 13, prouenit 60, qui numerus est qualis quæritur. Nam huius dimidium, triens, & quadrans sunt 30. 20. 15, quæ partes additæ simul faciunt 65. Quod erat propositum. Vides igitur positionem fuisse necessariam, vt inueniretur Regulæ locus. Cuius formulam cum probatione subscripsi.*

780

Si, 13, 12. 65? 60.

780

*Numerum inuenire, qui cum suo dodrante compositus, & in 3 multiplicatus producat 84. Pone talem numerum esse 4, huius dodrans, id est $\frac{3}{4}$, est 3, adde ad 4, fit 7, multiplica in 3, producitur 21. Sed quærimus habere 84. Sic igitur ad Regulam ratiocinaberis. Si 21 esset 84, quid esset 4? Operare multiplicando 84 in 4, & productum 336 partiendo in 21, prouenérque 16. Qui numerus est qualem oportuit inuenire. Nam addito 16 suo dodranti 12, fit 28, ter autẽ 28 crescit in 84. Quod erat probandum.*

336

Si, 21. 84. 4? 16

336

*Duos*

*Duos numeros in ratione tripla reperire, qui simul iuncti, & ex summa besse detracto, fiat residuum 12. Pone minorem ex quæsitis numeris esse 6, erit igitur maior 18. Adde simul, fit summa 24, detrahe bessem, id est $\frac{2}{3}$, qui est 16, restat 8. Sed quærimus 12. Dic igitur. Si 8 superfuit ex 6, vnde 12? Operare, & inuenies 9, qui minor est numerus ex quæsitis, quare & maior erit 27, inter quos est ratio tripla, & ambo simul componūt 36. Vnde si bessem auferas, qui est 24, fit residuum 12, sicut habet propositum.*

$$\begin{array}{c} 72 \\ \text{Si } 8.\ \overline{6.\ 12?}\ 9. \\ \overline{\qquad 72 \qquad} \end{array}$$

## De regula positionis duplæ.

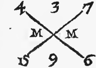
*Plerunque venit in quæstionem numerorum inuestigatio talis, quam vna positione consequi non possis, sed duabus est inquirendum. Quarum vsum & artē instituam problemate sequenti.*

*Numerum 47 in tres partes ita diuidere, vt secunda primam excedat in 5, & tertia secundā in 10. Pone primam partium dati numeri 47 esse*

4.

*4. secunda igitur erit 9, & tertia 19. Adde simul ipsas 4. 9. 19, fit summa 32, aufer ex 47, restat 15. Cùm igitur summa 32 à dato numero 47 deficiat in 15, signum est, ipsam positionem 4 fuisse minorem quàm oportuit, & ad eam aliquid adiiciendum. Ad 4 igitur adde quemlibet numerum, vtpote 3. Ponens iterum primam quæsitarum partium esse 7, secunda igitur erit 12, & tertia 22, & tres in summa 41. Quæ cùm sit veritati propior altera, quæ fuit ex positione priori, tamen à dato numero 47 adhuc deficit in 6. Vnde cognoscimus secundam positionem augmentum insuper desyderare. Quod per Regulam inuestigabis, hac via. Per quam vt certo, constitutóque more procedas, nec sit errationi locus.*

*Primùm collocabis in decussim duas lineas, ad quarũ terminos superiores notabis duarum positionum numeros 4 et 7, & ipsarum in medio differentiam, quæ est 3.*

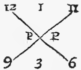



*Ad terminos autem inferiores, subscribes suis positionibus, defectus 15 & 6, & eorum inter ipsos differentiam, quæ est 9. Item positionibus, suisque defectibus interpones duo M. Quorum erit significatio, minus scilicet ex vtraq; positione prouenisse, quàm quærebatur. Et propterea subscripti positionibus numeri 15 & 6 dicuntur*

*tur errores, & eorum differentia dicitur, errorum emendatio. His ita deformatis iam ad vsum Regulæ tres numeros habemus, in quorum dispositione meminisse semper oportet, eum facere primum, qui est errorum emendatio, velut hîc est 9. Secundum autem eum numerũ collocabis, qui inter duas positiones ipsarum differentiam notat, qualis est hîc 3. Tertium verò poteris ordinare alterutrũ errorum, prout est 15, vel 6. Sic igitur super errore primo ratiocinandum erit. Si facta est emendatio 9, propter adiectionem 3, propter quam adiectionem emendabitur error 15? Operare, & inuenies adiectionem 5 faciendam positioni primæ 4. Et sic erit 9 prima partium quam quærimus, Super errore secundo dispones argumentum hoc modo. Si emendatio 9 prodiit ex adiectione 3, vnde veniet emendatio 6? Operare, & inuenies numerum 2, addendum positioni secundæ 7, & sicut prius, habebis 9 partem primam ex quæsitis. Secunda igitur erit 14, & tertia 24. Quarum compositio facit 47. Qui datus fuit numerus in proposito. Quod iterum resumentes, ponamus in quæsitis partibus primam esse 12. Secũda igitur erit 17, & tertia 27 Et earum summa 56 datum numerum 47 excedens in 9, indicat positionem esse supra verum. Iterum ergo pone primam partium esse 11.*

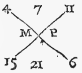
| |
|---|
| 9 |
| 14 |
| 24 |
| 47 |

*Secunda igitur erit 16, tertia 26, & trium summa 53. Quæ adhuc excedit 47 in 6. Huius autẽ operationis formulam similem priori facies, excepto quòd vbi ponebantur duo M, hîc apponi debent duo P. Quorum sensus erit, plusquàm sit opus ex vtraq; positionum prouenire. Sic erit ergo figura, vbi monas, quæ est positionum*




*differẽtia, nõ adiectionẽ sicut prius, sed detractionem significat. Dic igitur. Si emendatio 3 venit ex detractione 1. vnde veniet emendatio erroris 9, vel erroris 6? Operare, & primo modo habebis 3, detrahendum ex prima positione 12, & relinquetur 9. Item secundo modo habebis 2, detrahendum ex altera positione 11. Et ita semper inuenitur 9 id esse quod quærebatur.*

*Perspectis iam duabus huius regulæ differentiis, quarum prior dedit infra verum errores, posterior autem suprà. Nunc restat tertiam videre, ex vtraque permixtam, cùm scilicet alter errorũ abundat, et deficit alter. Ad hoc autem dabit exemplum alterutra positionum, quæ citra verum constitit, alteri cõparata, cuius error exuberauit, prout hîc apposui, scilicet*



4, quæ dat M, 15, & 11 quæ dat P. 6, & est positionum differentia 7. Obseruabis autem perpetuò, vt quotiescunque fuerint errorū signa diuersa, hoc est, P & M, vel M & P, tunc non subtrahitur alter ab altero, sicut in præcedentibus, sed ipsi duo errores componuntur in vnum. Velut hîc 15 & 6 summa fit 21 inter duos errores collocanda. Cuius additionis rationem in sequentibus explicabo, Hîc igitur summa 21, non emendationis, sicut in præcedentibus, sed erroris obtinet rationem. Dicendum itaque. Si error 21 suboritur adiectione 7, vnde error 6? Operare, & inuenies 2, auferendum ex positione 11, quæ peccauit excessu, fietque residuum 9. Si verò in alterum errorem vertatur argumentum, dicito. Si error 21 venit ex detractione 7, vnde 15? Operare, & inuenies 5, addendum positioni 4. Et ita semper in omni dispositione, prima quæsitarum partium inuenitur esse 9.

Lucas super huius institutione regulæ demonstrationes quatuor (vt ait) Geometricas, lōgo sanè, molestóque circuitu verborum prosequitur. Cum re vera sit vna tantum, mutatis verbis sæpius inculcata. Si tamen est demonstratio dicenda, quæ nullis suis partibus, nullísque constet elementis. Has item alij in peius etiam vsurpant. Conatur demonstrare Lucas cur (vt ipsius verbis vtar) minus, & minus, itē plus & plus subtrahantur. Et cur plus & mi-

*nus atque minus & plus addantur inter se. Quod autem ad subtractionem errorum similium attinet, satis se res ipsa per se, cùm sit manifesta, demonstrat. Dissimilium autem quare fiat additio, non tam in promptu ratio constat, est tamen huiusmodi. Cùm in proposito videat calculator, ex positione 4 sibi deesse 15, tunc defectum volens corrigere, adiectione 7 ad 4, secundam facit positionem 11. Quæ quidem adiectio, non solùm primum errorem nihil emendat, sicut in præcedentibus, sed & alium insuper addit. Cùm igitur duo sint errores, et nihil auferat alter ab altero, vnde fiat emẽdatio, ideo iunguntur in vnum, vt ex toto argumentetur ad partes. Sed in positionibus, quorum, errores, aut simul abundant, aut simul deficiunt, argumentationis antecedens ab emendatione sumitur.*

*Hæc sunt quæ de positionum accidentibus cognitu necessaria fore putaui. Quarum adminiculo Logisticus quãuis multa solerter operetur in arte, excedunt tamen harum facultatem eximiæ subtilitatis adhuc non pauca. Quibus alia, de qua mox sum dicturus, regula subsidio venit. Vnde scriptorum aliqui recentiores, præpostera nouandi cupiditate, in positionum formulas traducere multa conantur. Hoc autem non est inuenire noua, sed communi nunc corruptela nimiùm, contaminare vetera.*

*LIB*

# LIBER TERTIVS.

*HIS expeditis quæ sunt ex vsu numerationum communi, restat vt cũ ratiocinandi modum operi summo veluti coronidẽ adiiciam, qui vulgò, & Arabica voce dicitur Algebra. Ego autem, prout reuera est, quadraturam dicere malo. Opus sanè rarum, et exquisitum, quod à Geometra Logistes, subsidio quodam mutuatur. Habet enim ratio numerandi recõditæ multa subtilitatis, quæ citra opem hanc absolui, aut nullo modo, aut non satis commodè possunt. Neque cum illis sentio, qui volunt omnia quæ sunt in rationum artificio hac via posse constitui. Quod minimè verum est, suis enim finibus coercetur, sicut res ipsa planè monstrabit. Sed vtilitatem, et intelligentiam quadraturæ difficultas præcipua comitatur, magis quidem tradentium vitio, quàm rei natura proueniẽs. Hi nanque disciplinarum methodon prorsus igno-*

*rantes, verborum, atque rerum latè vaganti barbarie, sic implicant, atque perturbant omnia, vt nihil possit esse confusius, vnde legentium sensus, conglobatis veluti nebulis, obumbrant. Nihilque prius studiosis quàm desperationem inducunt, & à quàm paucissimis, longo sanè, molestóque labore, tandem intelliguntur. Etenim cùm natura linearum, quæ dicuntur irrationales, & asymmetræ, omnibus Geometricis innata sit, atque permista: videre tamen est Euclidem ipsum Geometriæ principem, totam hanc, tractatu discreto, in librum decimū prudenter, & ex arte distulisse. Ne scilicet rem omnium difficillimam, ab initio statim, veluti caliginem, noctémque perpetuam Elementis induceret. Ex quo fit, vt qui præcedentium librorum doctrinam sit adeptus, ipsius Decimi tenebras, non solum non reformidet, aut fugiat, sed appetat vltro, facileque discutiat. At Logistici nostri Lucas, & Stephanus, in quadraturam suam vterque, ab ipsis illico principiis, irrationalium farraginem totam inculcant. Simile quiddam indigesta congerie facientes, quod est à poeta dictum de Polyphemo, Monstrum deforme, ingens cui lumen ademptum. Quamuis enim numeris Geometrica misceantur, sine quibus etiam stare non possunt, nequaquam tamen rectè, nec vtiliter, amborum permistè simul traditio procedit, nec vllo veterum exemplo, qui*

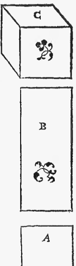
purè nobis disciplinas tradiderunt, facta probatur. Videmus enim in Elemẽtis vtraque distincta seorsum. Ipsæ etenim difficultates, quibus infamantur disciplinæ vulgò, non ad ostentationem amplificandæ, sed quod est ingeniosius, discretione sedula leuandæ. Nam quò quisquis magis est temerarius, corruptóque iudicio, & artem minus intelligens, hoc illi procliuius fiet, omnia miscendo passim contaminare. Cuiusmodi vitio scribentes quidam tempore nostro Lucam & alios plurimum longè superarunt. Nam præter inscitiam explicandi, nouis etiam vanísque traditionibus, confusionem adhuc veterem perturbant. Adeo sibi vanitate placentes, vt librum suum vnus inscribat, Opus perfectũ, alter verò, Arithmeticam integram. Sed erat cõfusionis titulus longè magis congruens vtrique. Cùm igitur hæc ita sint, vt quadraturæ ratio, quatenus ad numeros spectat, purè, ac etiã perspicuè tradi possit, materiem totam irrationalium ab hoc opere seiungam. Vel hoc quoque respectu, quod ad Logisten nihil omnino pertineat, cuius est facultatis numeratio solùm, non dimensio, & ea præsertim quæ numerorum fines excedit. Omnes itaq; regulas quadraturæ, quas vtiles putaui, exemplis numerorum perspicuis ostendam. Quarũ cognitio præuia, ipso rerũ ductu naturaliter eunte, Geometriæ studiosis linearum etiam, & figurarum irrationalium cal-

*culum paruulo negotio ſuppeditabit. Neceſſe tamen erit figurationibus paucis ad commodiorem intelligentiam vti. Vnde ſi quid obſcurum in hac parte reſidebit, conſideret lector, me non hibiſco gracili, vel ſcyrpo fiſcellam (vt ait poeta) contexere, ſed numeris & figuris quæ non protulit natura ſine nodo.*

## De quadraturæ principiis atque figuris.

*Opus quadraturæ numeros ſemper inquirit ſecundū quantitates Geometricas, quæ ſunt linea, ſuperficies, ſolidum. Et definiuntur hoc modo. Linea eſt longitudo ſine latitudine, ſuperficies eſt quod longitudinem & latitudinem ſolum habet. Solidum, ſiue corpus eſt, quod longitudinem, & latitudinem, & profundum habet. Omnis autem in propoſito linea intelligitur eſſe recta, & ſuperficies plana, de quibus nullam conſyderamus, præter quadrilateras, ſcilicet quadratum, atque rectangulum, & de ſolidis tantummodo cubum. Eſt autem quadratum, figura æquilatera, & rectangula. Rectangulum verò rectos habet angulos, ſed eſt longius quàm latius. Cubus eſt corpus ſex quadratis æqualibus concluſum. Hæ ſunt tres figuræ*

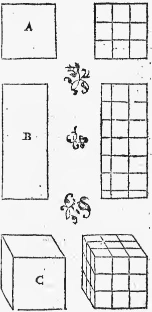
inſt




*instituto nostro frequẽtes, quas hîc infrà deformaui. Quadratũ scilicet A. rectangulum B. cubum verò C.*

*Numerus in linea capitur secundùm diuisiones ipsius lineæ æqualiter factas. Velut si vnum ex lateribus quadrati A, siue cubi C diuidatur in tres partes æquales, aut intelligatur diuidi, apposita nota 3, tunc dicimus lineam illam esse 3. Et si vna diuisionum fuerit inæqualis, particulæ vicẽ obtinebit. Sicut in rectangulo B. si ad vnam latitudinis linearum signetur $2\frac{1}{2}$, & ad vnã longitudinis $6\frac{1}{4}$, tunc est intelligendum, vtrũque latitudinis latus esse diuisum in duas partes cum semisse, vnius partium, & vtrũque longitudinis latus in sex, cum quadrante. Et quoniam ex definitione, omne rectangulũ sub duabus lineis rectum angulum facientibus contineri dicitur, si in quadrato A duorum laterum numeri, vel vnius in se, quod perinde valet, multiplicentur inuicem, hoc est 3 in 3, producetur 9, & tale pro-*

*ductum est id quod dicitur area, siue quadratura. Quoniam ipsum quadratum A partitur in nouem quadrata minora, quæ simul sunt æqualia toto. Similiter in rectangulo B, multiplicãdo $2\frac{1}{2}$ in $6\frac{1}{4}$, producitur ipsius rectanguli quadratura $15\frac{5}{8}$. Ex cubo autẽ C numerus habetur multiplicando latus in se, id est 3 in 3, fit 9, & iterũ 3 in 9, fit 27, et tale productum propriè cubicatio vocatur. Sic ergo capiũtur numeri ex quãtitatibus, linea, superficie, & solido. Qui quò magis intelligãtur, duas quadraturas, et cubicationem sub sua cuiusque figura deformaui.*




*Cùm autem lineæ, et quadrati incidat mentio freq*

*ſrequētiſſimè, abuſum aliorum ipſe non ſequar, qui lineam quidem vocant rem, & quadratum dicunt ſenſum, nihil aliud inde præſtantes quàm arti tenebras, fuſcantes intelligentiæ lucem. Quare lineam, & quadratum ſuis nominibus appellabo. Et in his propter repetitionem crebram characteribus vtar ſignificantibus, & propriis. Sic enim per compendium ſcripturæ traditio facilior, & magis expedita ſequetur. Lineam itaque ſignabit deorſum tendens linea, caput habens in ſe reflexum curuamine tenui, hoc modo ϱ. Nota autem quadrati erit ipſius figura, ſic ◊. Cubum etiam notabo ſua forma, tali modo ⧈. Habent autem huiuſmodi quantitates, ad vſum quadraturæ, ſuas actiones inſtar numerorū, de quibus deinceps ordine tractabo.*

## De numeratione, additione, & ſubtractione quantitatum.

*NVmerantur iam dictæ quantitates notis numerorum, vt ſi dicas vnam lineam, duo quadrata, quatuor cubos, ſic per numeros, & characteres notabis, 1 ϱ, 2 ◊, 4 ⧈. Fit etiam in iſtis additio, & ſubtractio more numerorū, ſi tamē fuerint ipſæ quātitates euſdē inter ſe ſpeciei. Vtputa addendo ſimul 3 ϱ & 4 ϱ, fit ſumma 7 ϱ. Et ſi 5 ◊ iū-*

gantur

gantur 7 ◊, fiunt 12 ◊. Item 3 ⊡ & 6 ⊡ compoſiti faciunt 9 ⊡. Præterea ſubtrahendo 5 ϱ ex 7 ϱ, reſtant 2 ϱ. Et 3 ◊ ex 9 ◊, relinquuntur 6 ◊. Et in cubis ſimiliter auferendo 3 ⊡ ex 8 ⊡, fit reſiduum 5 ⊡. Si verò diuerſæ ſpecies addendæ ſint inter ſe, vel ſubtrahendæ, quod accidit in hoc magiſterio frequenter, tunc vtimur duabus iſtis dictionibus, plus, & minus, quæ primoribus ſuis literis notantur, ſic P, & M. Quarum prior in additione eſt quædam veluti copula connectens ſpecies inter ſe diuerſas, quarum miſturam natura non recipit. Altera verò ſeparationis nota eſt, in his quæ per copulam connectebãtur. Exempli cauſa, ſi quis addat tres lineas numero 7, nihil aliud habebit, quàm tres lineas, & numerum 7, quæ per copulam plus ita connectit. 3 ϱ, P 7. Et ſi ſex lineæ addantur quinque quadratis, & duobus cubis, erunt iſta ſimul in notis ſuis 6 ϱ P 5 ◊, P 2 ⊡. Et auferendo 7 ϱ ex numero 5, reſiduum dicetur eſſe 5 minus 7 lineis, quod notabitur ſic, 5 M. 7 ϱ. Item ex 3 ⊡ auferendo numerum 4, & 3 ϱ & 2 ◊, reſiduum ita notabis, 3 ⊡ M 4, M 3 ϱ, M 2 ◊. Quantitates autem ſimiles cum ſimilibus additamentis, ſcilicet P & P, M & M, ſuas habent additiones, & ſubtractiones inter ſe modo numerorum. Exempli gratia, ſi 3 ϱ P 5, & 4 ϱ P 7 ſimul addantur, fit ſumma 7 ϱ P 12. Et componendo 2 ◊ P 3 ϱ P 5, cum

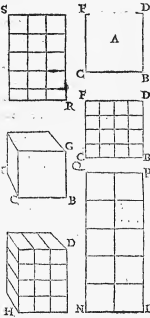
*6 ◊ P 5 ϱ P 4, fiunt in ſummam, 8 ◊ P 8 ϱ P 9. Item addẽdo 2 ϱ M 4, ad 3 ϱ M 6, fiunt 5 ϱ M 10. Et idem obſeruabis ſubtrahendo, vt ſi 4 ϱ P 5, auferas ex 6 ϱ P 8, reſiduum erit 2 ϱ P 3. Et auferendo 3 ϱ M 4, ex 7 ϱ M 9, relinquitur 4 ϱ M 5. Si verò fuerint componenda ſimul additamenta diſsimilia P & M, tunc ſubtrahitur alterum ab altero, & ipſum P vel M relinquitur in ſuo reſiduo, vtputa, ſi P 7 & M 3 ſimul addas, habebis P 4 et addẽdo P 4 M 9, habebis M 5. Idẽ etiã facies ſubtrahẽdo, vt ſi ex P 7 auferas M 3, reſiduum fiet P 4. Et auferẽs M 9 ex P 4, habebis pro reſiduo M 5. Et iſta nũc ſuper additione et ſubtractione quãtitatũ, eiuſdẽ, et diuerſæ ſpeciei, cum ſuis additamentis P et M, ad introductionẽ ſequẽtium dicta ſufficiant.*

## De multiplicatione quantitatum inter ſe, & in numeros.

*AD intelligendam multiplicationem quantitatum, ſcire oportet, lineã vna tantum dimenſione conſtare, quæ eſt longitudo, ſuperficiem duabus, hoc eſt longitudine, & latitudine. Solidũ tribus, quæ ſunt longitudo, latitudo, ſimul & profundum. Numerus autem in propoſito noſtro dimenſionem per ſe nullam habet. Cùm igitur quantitas*

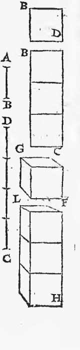
*titas aliqua in aliam multiplicatur, tunc ipsarum dimensiones additæ simul remanent in producto. Vt cùm linea in lineam multiplicatur, additur dimensio vna dimensioni alteræ, & fiunt dimensiones duæ, quæ quidem remanent in producto, quare productum ipsum duas habens dimensiones erit superficies. Semper igitur ex multiplicatione linearũ inter se producitur superficies, quæ quidẽ erit quadratum, si linea in se ipsam, vel in aliam sibi æqualem (quod idem est) multiplicetur. Vnde lineam in se multiplicare nihil aliud est, quàm ex ipsa linea facere quadratum. Et duas lineas inæquales inter se multiplicare, nihil aliud est, quàm ex ipsis duabus lineis rectangulum altera parte longius descriptum intelligere. Exempli gratia, si data linea B C multiplicetur in se ipsam, intelligitur fieri quadratum B C D F. Si verò linea B C diuisa in quatuor partes multiplicetur in se ipsam, hoc est 4 ϱ in 4 ϱ, fiunt 16 ◊, hoc est quadratum B C D F, decussatum in quadrata 16. Item si linea minor P Q, quæ ponatur esse 2 ϱ multiplicetur in maiorem lineam, quæ ponatur esse 5 ϱ, fiunt 10 ◊, prout in rectangulo P Q L N. Similiter multiplicando 3 ϱ in 4 $\frac{1}{2}$ ϱ, fiunt 12 ◊, & tria semiquadrata, quæ iũcta simul componunt 13 $\frac{1}{2}$ ◊, prout in rectangulo R S. Ex multiplicatione autem lineæ in superficiem, vt scias producti speciem, adde dimensionem lineæ*

*lineæ, quæ vna est, dimensionibus superficiei, quæ sunt duæ, fiunt tres, quæ cùm remaneant in producto, ipsum erit solidum. Semper igitur ex ductu lineæ in superficiem producitur solidum. Vtputa, si data linea B C ducatur in suum quadratum B F, producitur cubus B C F G. Et si 3 ρ in 4. ◊ multiplicaueris, fiunt 12 ⊕, prout est solidum D H, compositum ex cubis 12. Itē multiplicando 2 $\frac{1}{4}$ ρ in 4 $\frac{1}{2}$ ◊, producitur 10 $\frac{1}{8}$ ⊕.*




*Multiplicantur etiam quātitates in numeros, vnde semper producitur ipsa quantitatis species, quæ multiplicatur. Vt si multiplicaueris 4 ρ in numerū 3, produc't*

*productum erit 12 ρ. Et multiplicando 5 ◊ in 4, et 4 ⊕ in 7, producuntur 20 ◊, & 28 ⊕. Cuiusmodi producta inuenies etiam secundùm regulam supra datam. Nam si dimensiones lineæ, quadrati, et cubi, quæ sunt 1. 2. 3 addideris separatim ad dimensionem numeri, quæ est 0, dimensiones solæ quantitatum remanebunt in productis. Et reuera numerus quantitatē multiplicare dicitur, quandò quot sunt in ipso monades, toties cōponitur quantitas, quæ multiplicatur. Vt si datam lineam B A multiplicaueris in 4, fiunt quatuor lineæ in rectum sibi coniunctæ, quarum singulæ ipsi B A sunt æquales, sicut est linea C D ipsius B A quadrupla. Et si quadratum B D, & cubus F G multiplicētur in 3, fiunt tria quadrata, qualia cōtinentur in rectangulo B C, & tres cubi, quales sunt in solido H L.*




De

# De multiplicationibus additamentorum Plus, & Minus.

*CAEterum super additamentis P & M, quemadmodum multiplicentur inter se, propositum nunc faciamus, in quo primùm regulam notabis huiusmodi. Si plus in plus multiplicetur, & minus in minus semper producitur plus. Et multiplicando plus in minus, vel minus in plus, semper producitur minus. Exempli causa, multiplicentur P 3, in P 4, producitur P 12. Et multiplicando M 5 in M 6, productum erit P 30. Item si multiplicaueris P 3 in M 5, vel M 5 in P 3, vtroque modo producetur M 15. Et quæ dicta sunt de multiplicatione quantitatum propter additamenta P et M nihil variantur. Vt si multiplicaueris P 2 ϱ in P 7 ϱ, productum fiet P 14 ◊. Et multiplicando M 5 ϱ in M 6 ◊, fit P 30 ⊡. Et multiplicatis M 3 ⊡ in P 5, vel è diuerso, habebis M 15 ⊡.*

# De multiplicatione quantitatum cum additamentis Plus, & Minus.

*SVperest vt multiplicationem quantitatum cũ additamentis ostendam. Cuius sit exemplum*

*multiplicatio 5 ϱ P 4 in 6 ϱ P 3. Dispone 6 ϱ sub 5 ϱ, & P 3 sub P 4, & ex puncto posito supra 6 ducantur duæ lineæ, vna in 5, altera in 4. Et similiter ex puncto supra 3, vna in 4, & altera in 5, & secundùm linearum ductum numeri ducantur, hoc est 3 in 4, & 3 in 5, fit P 12 & P 15 ϱ. Item ducatur 6 in 5, & 6 in 4, fit 30 ◊ P 24 ϱ. Adde producta similia similibus, id est 15 ϱ ad 24 ϱ, fit summa 39 ϱ. Habes igitur totum ex hac multiplicatione productum 30 ◊ P 39 ϱ P 12. Cuius formula sic est.*

*Est autē notandū, ipsum Plus, etiam si non signetur subintelligi positum ad 5 ϱ et 6 5. Propterea cùm multiplicantur 5 ϱ et 6 ϱ in 3 et in 4 producitur P 15 ϱ & P 24 ϱ. Sit igitur tibi regula semper, vt vbicunque nō apponitur Minus, ibi subintelligendum Plus.*

5 ϱ P 4
6 ϱ P 3
P 15 ϱ P 12
30 ◊ P 24 ϱ
30 ◊ P 39 ϱ P 12

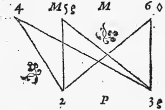
*Esto rursus vt habeas multiplicare 3 ϱ M 5 ◊ in 2 ϱ P 4. Facta dispositione, & multiplicatione sicut prius, inuenies 6 ◊ M 10 ⊡ P 12 ϱ N 20 ◊. Et addendo 6 ◊ cū M 20 ◊ fit M 14 ◊. Erit igitur totum productū, M 14 ◊ M 10 ⊡ P 12 ϱ, sicut ex subiecta formula patet.*

*Et*

*Et ita in dissimilium quantitatum multiplicatione semper obseruabis, vt inferiores singulæ, superiores omnes separatim multiplicẽt, producta diuidendo characteribus suis. Et si contingat quantitates multiplicandas suis multiplicantibus esse pauciores, inferiore loco ponantur, sicut in numeris minores maioribus subscribuntur. Vt si fuerit multiplicandum 2 P 3 ϱ in 4 M 5 ϱ M 6 ◊. Subscribantur ipsis 4 M 5 ϱ M 6 ◊ numerus 2 P 3 ϱ, ductisq; tribus lineis ex singulis inferioribus numeris ad omnes superiores, factáque multiplicatione sicut linearum ductus ostendunt, inuenies productum quod ipsi formulæ subscripsi.*

3 ϱ M 5 ◊
|X|
2 ϱ P 4

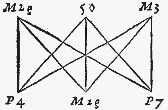
6 ◊ M 10 ⊡ P 12 ϱ M 20 ◊
12 ϱ M 10 ⊡ M 14 ◊




P 12 ϱ M 15 ◊ M 18 ⊡
P 8 M 10 ϱ M 12 ◊

P 8 P 2 ϱ M 27 ◊ M 18 ⊡

*Aliam insuper multiplicationem disposui trium quantitatum in totidem alias, quæ sua se formula satis indicabit.*




M14ϱ P35◊ M21

P4◊ M10▢ P6ϱ P20◊ M12

M8ϱ

P4◊ M10▢ M16ϱ P55◊ M33

# De partitione quantitatum inter se & in numeros.

*Quemadmodum in quantitatibus multiplicandis ipsarum dimensiones additæ simul remanent in producto, secundùm quas denominationem accipit. Ita & in diuisione quātitatum dimensio diuisoris subtrahitur à dimensione quantitatis quæ diuiditur, & quod est residuum remanet*

net

*net in proueniente, vnde sibi denominationem capit. Vt si fuerit propositum diuidere 20 ϱ in 4 ϱ, vel 20 ◊ in 4 ◊, proueniens erit 5, cuius denominationem vt habeas, aufer dimensionem lineæ, quæ est 1, ex dimensione lineæ, quæ est 1, restat 0. Aufer dimensiones quadrati 2 ex dimensionibus ◊ 2, restat 0. Cùm igitur in proueniente 5 remaneat dimensio nulla, ipsum erit numerus. Et in diuisione cubi in cubum similiter fiet. Manet ergo regula semper, vt ex partitione quantitatum similium inter se, proueniat numerus. Si verò in diuisione quantitatum similium contingat, vt maior sit numerus in partitore quàm in ea quæ partitur, tunc proueniēt particulæ, sicut in numeris dictum est. Vt si diuiseris 2 ϱ in 4 ϱ, prouenit $\frac{2}{4}$ hoc est $\frac{1}{2}$. Et diuidendo 7 ◊ in 21 ◊, prouenit $\frac{1}{3}$. Et similiter diuisis 6 ⊡ in 7 ⊡, fit $\frac{6}{7}$. Scire autem debes quòd in diuisione quantitatum verum habet probationis regula, quam antea dedi, super diuisione numerorum. Quæ quidem talis est. Si proueniens multiplicetur in diuisorem, redibit quantitas diuisa. Exempli gratia, diuidendo 12 ◊ in 3 ◊, proueniens erit 4. Multiplicetur partitor 3 ◊ in 4 producitur 12 ◊. Et sic de aliis. Ex diuisione autem quadrati in lineam, vt scias proueniens, aufer dimensionem diuisoris, scilicet lineæ, quæ est 1 ex dimensionibus quadrati, quæ sunt 2, relinquitur dimen-*

*sio 1, quæ cùm remaneat in proueniente, ipsum erit linea. Et eadem ratione diuidendo cubum in quadratum prouenit linea. Ex diuisione autem cubi in lineā prouenit quadratū. Tunc enim auferri debet dimēsio 1 ex dimēsionibus 3, et sic restāt 2, quæ faciūt ipsum proueniens esse ◊. Diuiduntur etiā ipsæ quantitates in numeros, vnde prouenit semper denominatio quātitatis diuisæ. Vtpote si partiaris 12 ϱ in 4, prouenit 3 ϱ. Item diuidendo 24 ◊ in 4, et 30 ⊡, prouenit 6 ◊, & 5 ⊡. In istis enim cùm diuisor sit numerus, cuius est dimensio nulla, nihil aufertur à quantitatibus diuisis. Quare diuisiones ipsarum in proueniente relinquuntur. Quod etiam ostendit probationis regula quam dixi de proueniente multiplicato in diuisorem, vnde semper quantitas diuisa producitur.*

*Accidit etiam ex diuersò, vt numeri partiantur in quantitates, vnde cùm numerus dimensione carens non habeat vnde subtrahi poßit dimensio partitoris, prouenit quædam similitudo particulæ, vel potius fragmenti denominationem ab ipso partitore retinens. Verbi causa, si partiatur numerus 12 in 5 ϱ, prouenit fragmentum, quod posita linea inter numerum partitorémque subscriptum aliorum more notatur, sic* $\frac{12}{5ϱ}$. *Et si diuiseris 4 in 3 ◊, vel in 3 ⊡, prodibunt fragmenta, sic* $\frac{4}{3◊}$, $\frac{4}{3⊡}$. *Sed neque solùm istud erit, quum numerus partitur in*

*quantitatem, ſed vniuersè quoties diuiditur quantitas, cuius dimenſio deficit à dimenſione partitoris. Vtpote ſi diuidas 5 ϱ in 4 ◊, prouenit fragmentum retinens quantitatis vtriuſque nomen, ſic 5ϱ/4◊. Item diuidendo 6 ◊, vel 6 ϱ in 5 ⊡, fit 6◊/5⊡, & 6ϱ/5⊡.*

## De partitionibus additamentorum P, & M.

*SEd iam diuiſionem additamentorum P & M inter ſe quomodo fiat inſpiciamus, ad quam primùm datur regula talis. Si plus in plus diuiſeris, vel minus in minus, ſemper prouenit plus. Et diuidendo plus in minus, vel è contrario, ſemper prouenit minus. Verbi gratia, diuidatur P 15 in P 5, prouenit P 3. Et ex diuiſione M 14 in M 2, prouenit P 7. Item ſi partiaris P 30 in M 10, vel M 30 in P 10, vtroque modo prouenit M 3. Et diuidens P 6 in M 8, habebis M* $\frac{1}{4}$. *Quæ autem dicta ſunt de partitione quantitatum, nihil propter additamenta mutantur. Vt ſi diuiſeris P 12 ◊ in P 3 ϱ, vel M 12 ⊡ in M 3 ◊, vtroque modo prouenit P 4 ϱ. Necnon diuidendo P 24 ⊡ in M 4 ϱ, vel M 24 ⊡ in P 4 ϱ, ſemper prouenit M 6 ◊.*

# De partitione quantitatum cum additamentis Plus, & Minus.

*Reliquum eſt ad partitionem quantitatum ſimul cum additamētis operandi tradere modum, in quo primùm oſtendam de partitore qui nō habet additamentum. Sit itaque propoſitum partiri 15 ϱ P 18 in numerum 3. Diuide primùm 15 ϱ in 3, prouenit 5 ϱ. Rurſum diuide P 18 in 3, prouenit P 6. Habes igitur ex hac partitione proueniens 5 ϱ P 6. Et in aliis quantitatibus ſimili modo procedès. Velut ſi partiaris 8 ◊ M 6 in 2 ϱ, prouenit 4 ϱ M 3. Item partiendo 12 □ P 8 ◊ in 4 ϱ, prouenit 3 ◊ P 2 ϱ. Et ſi partiaris 6 ϱ M 4 ◊ P 8 □ in 2 ϱ, proueniet 3 M 2 ϱ P 4 ◊. In his autem probatio fiet, ſicut iam ſæpè dixi, multiplicando diuiſorem in proueniens. Aliter etiam modus erit in partitionibus iſtis, ſed non tam explicitè. Veluti partiendo 15 ϱ P 18 in 3. Adde ſimul 15 ϱ & 18, perinde ac ſi eſſent numeri ſimpliciter, fit 33, partire in 3, prouenit 11, hoc eſt 5 ϱ P 6. Et in diuiſione 6 ϱ M 4 ◊. P 8 □ in 2 ϱ. Adde ſimul quantitatum numeros, fiunt 18, partire in 2, prouenit 9, hoc eſt, 3 M 2 ϱ P 4 ◊. Cæterum de partitore cum additamento iam proferamus exempla. Sit*

*itaque*

*itaque vt habeas partiri 8 ◊ P 12 ℊ in 2 ℊ P 3.*

*Adde ſimul ex quantitatibus diuidendis numeros 8 & 12, fit 20. Iunge etiam in partitore numeros 2 & 3, fit 5, partire 20 in 5, erit proueniens 4, cuius nomen neceſſe eſt vt ſit ℊ. Quoniam multiplicando 2 ℊ P 3 in 4 ℊ producitur 8 ◊ P 12 ℊ.*

*Eſto rurſus vt habeas partiri 12 ⊡ P 8 ◊ M 15 ◊ M 10 ℊ in 3 ◊ P 2 ℊ. Adde ſimul ex quantitatibus diuidendis numeros, fit ſumma 45. Compone etiam in diuiſore numeros, fiunt 5. Partire 45 in 5, prouenit 9. Oportet igitur ex 9 facere duas partes, ex quarum multiplicatione in diuiſorem 3 ◊ P 2 ℊ producatur 12 ⊡ P 8 ◊ M 15 ◊ M 10 ℊ. Huiuſmodi autem partes neceſſe eſt vt ſint 4 ℊ M 5. Dic igitur ex diuiſione propoſita prouenire 4 ℊ M 5. Eſt tamen quod intelligas modum duobus exẽplis proximè datum nõ generaliter habere locũ in omni partitore cõpoſito. Multa etiam ſuper partitionibus huiuſmodi dicenda relinquimus. Proptereá quod citra lineas irrationales cõmodè tradi non poſſunt. Quarũ materiem, ſicut ab initio teſtatus ſum, ab hoc opere ſeiunxi. Et ad ſequentium iſagogen iſta ſufficiunt.*

## De Canone ſimplici.

P*Oſt hæc autem, quæ neceſſe fuit ad operationem quantitatum præmittere, proſequutionis*

*reliquum quæstionibus numerorum faciemus, quæ problemata dicuntur, in quibus facilitatem sectabor imprimis, ea proponens quæ sunt inuentu facilia. Hoc enim difficultatem rei non ex modica parte leuabit. Sed est sciendum calculum omnem quadraturæ quatuor canonibus veluti concludi. Quorum vnus simplex, reliqui tres compositi vocantur. Horum accidentia non aliter melius, quàm problematum exemplis doceri possunt. Quæ primùm super canone simplici, cuius est frequentior vsus, ac natura facilitatéque præcedit, ordinabo.*

## Problema 1.

Numerum inuenire qui ductus in 4, rursúsque productum in 2, faciat 24.

*ADuertẽdum est imprimis ratiocinium quadraturæ magnam omnino similitudinem cũ regula positionis habere. Quod quò magis intelligatur, ad inuestigationem numeri quæsiti ratiocinabor vtroque modo. Ponamus igitur eum qui quæritur numerum esse* 1, *duc in* 4, *fit* 4, *duc iterum* 4 *in* 2, *fit* 8. *Habes igitur ex hac positione numerum* 8. *Sed quærimus habere* 24. *Dic igitur, Si* 8 *esset* 24. *quid* 1? *Operare partiendo* 24 *in* 8, *prouenit* 3. *Quod est quæsitum. Nam multiplicando* 3 *in* 4,

*in 4, fit 12, rursúmque 12 in 2, fit 24. Nunc autem secundùm regulam quadraturæ sic operabere. Pone quæsitum numerum esse 1 ρ, duc 1 ρ in 4, fit 4 ρ, duc iterum 4 ρ in 2, fit 8 ρ. Hoc autem vltimum ex ratiocinio, quale est hîc 8 ρ, vocabo continens, quod indicabit nota subsequens, veluti principium rectanguli, sic [, post quam apponi debet, qui datus erit in fine propositi numerus, prout hîc est 24. Quem appellabo contentum. Et ideo nota simili priori, sed inuersa concludetur, hoc modo [24]. Ex hoc nanque ratiocinio intelligitur factum esse rectangulum, quale est B A C D, cuius quadraturā ex proposito scimus esse 24, & lineam B A, quæ simul cū*




*linea B C ipsam quadraturam continet, ex ratiocinio inuenimus esse 8. Linea autem B C est ea quam à principio posuimus, pro numero qui quæritur, esse 1 ρ. Talis verò numerus statim inuenietur ex regula, quam suprà posui libro primo, hîc vbi de probatione partitionis agitur. Partire igitur contentum 24 in continens 8, proueniet 3, qui numerus est lineæ B C. Quem oportuit inuenire. Ex his itaque videre est, quam sit affinis quadratura positionis*

*tionis regulæ. Longè tamen est vniuersalior, & in hoc differt, quòd positionem suam variè non recipit. Nam si fuerit maior quàm* 1 ρ, *non habebitur ex vltima partitione quæsitum, nisi prius numero positionis multiplicetur contentum. Exempli gratia. Ponamus in proposito numerum quæsitum esse* 2 ρ, *duc in* 4, *fit* 8 ρ, *duc in* 2, *fit* 16 ρ. *Habes igitur ex hac positione continens* 16 ρ. *Vt autem habeatur quæsitum, multiplica contentum* 24 *in* 2, *fit* 48, *partire in* 16, *prouenit* 3. *Sit ergo tibi regula constans in quadratura, vt positio semper fiat* 1 ρ. *Atque vt contentum semper diuidatur in numerum continentis, & proueniens erit quæsitum. Notabis insuper ipsum continens semper esse lineã, quæ est latus rectanguli. Et contẽtum semper esse rectanguli quadraturam, sicut ex descripta figura constat apertè. Hæc autem cognitio sanè quàm plurimum ad intelligentiam rerum habet momenti. Quod tamen scriptorum nullus, quem adhuc viderim, declarauit. Sed quod ego secundùm rei veritatem dixi, continens* 8, *et contentum* 24, *omnes vno ore dicerent* 8 *res esse æquales numero* 24. *Quo nihil vnquam falsum magis, aut absurdum dici posset, nec quod legentium mentem à vero sensu magis auertat. Hoc expertus testor verissimè. Nam cum omni præceptorum copia destitutus, et in Geometricis, & in Logisticis me semper ipse*

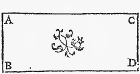
*docue*

*docuerim, nihil vnquam in hisce literis scrutatus inueni, quod intelligentiam meam, neque tam miserè, neque tam diu torqueret, quàm iste fecit abusus loquendi. Non igitur ignarus mali (vt cum poeta dicam) miseris succurrere disco. Sed iam ad aliud problema transeamus.*

## Problema 2.

Numerum inuenire qui partitus in 5 eius quod prouenit decuplum, componat 15.

*Pone talem numerum esse 1 ρ, partire in 5, fit $\frac{1}{5}$ ρ. Huius decuplum est 2 ρ. Habes itaque 2 ρ latus vnum rectanguli cuius est quadratura [15]. Partire contentum 15 in continentis numerum 2, prouenit 7 $\frac{1}{2}$. Qui numerus est quem oportuit inuenire. Nam si diuiseris 7 $\frac{1}{2}$ in 5, prouenit 1 $\frac{1}{2}$, cuius decuplum est 15. Hic igitur sicut in præcedenti, intellige factũ esse rectangulũ B A C D, cuius latus B A ratiocinio reperitur esse .2, latus verò B C partitio demõstrat esse 7 $\frac{1}{2}$, sub quibus rectangulum continetur,*




*hoc*

*hoc est, ex eorum laterum inter se multiplicatione, ipsius rectanguli producitur quadratura 15.*

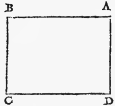
*Sciendum est autem propositiones aliquando vitiosè fieri, quod ipso calculo statim intelligitur. Velut si quis ita proponat. Numerum inuenire, qui multiplicatus in 2, & productum in 3, tantundem faciat, quantum si idem numerus multiplicetur in 6. Pone talem numerum esse 1 ρ, multiplica in 2, fit productum 2 ρ, multiplica in 3, fit 6 ρ. Item multiplica 1 ρ in 6, fit 6 ρ. Habes itaq; 6 ρ [ 6 ρ ]. Quoties igitur continens simile est, & æquale contento, signum est propositionem ineptè fieri, & in omni numero verum habere. Quod experiri promptum est. Si verò contingat ipsum continens simile, & inæquale fieri contento indicium erit impossibile fieri quæsitum. Vtpote, si ex exemplo proximo vltima multiplicatio, quæ fuit in 6 mutetur in 7, tunc habebis 6 ρ [ 7 ρ ]. Quare dicendum, impossibile fieri propositũ. Fiunt & aliis modis proponendo vitia, de quibus admonebo suis locis.*

## Problema 3.

Numerum inuenire, qui ductus in 4, & producto additis 5, totum faciat 17.

*Pone*

Pone numerum quæsitum esse 1 ℘, duc in 4, fit 4 ℘, adde 5, fit totum 4 ℘ P 5 [ 17. Hîc autem contentum 17 altero suo charactere non concluditur, quia nondum est purum, sed parte sui superfluum. Et ipsum etiam continens 4 ℘ P 5 habet superfluum illud P 5, quæ quidem pars est quadraturæ. Vnde cognoscimus factum esse rectãgulum, cuius vnum ex lateribus est 4, & pars quadraturæ 5, & ipsa tota 17. Quæ quidem cognitio non plana est, sed implicita. Explicabitur autem sic. Aufer ex continente superfluum 5. Aufer etiam ex contento 17 tantundem, hoc est 5, restabit continens 4 ℘ & contentum 12, quæ suis notis erunt signanda, sic 4 ℘ [ 12 ]. Huiusmodi autem detractio superflui vocatur æquatio. Propterea quod semper facienda venit æqualiter ab vtraque parte, continentis scilicet, atque contenti. Alio etiam sensu dicitur æquatio, quasi complanatio quædam asperitatis, qua cognitio plana rectanguli præpeditur, antequàm æquatio fiat. Hîc igitur, sicut in præcedentibus, intellige factum esse rectangulũ B A C D, cuius latus B A inuenitur esse 4, & ipsius quadratura 12. Vt autem




tem

*tem alterum latus habeas partire 12 in 4, prouenit 3. Qui numerus est quem primò posuisti esse 1 ℞, & quem oportuit inuenire. Nam si 3 ducatur in 4, & producto 12 addideris 5, totum fit 17. Ad inuestigationem huius problematis, citra quadraturã, opus erit duarum positionum regula, qui modus est impeditior, & operationis molestia vitandus.*

## Problema 4.

Numerum inuenire qui ductus in 2, & à producto sublatis 6, residuum fiat 10.

*Pone talem numerum esse 1 ℞, duc in 2, fit 2 ℞, aufer 6, restat 2 ℞ M6 [ 10. Hìc autem nõdum habes continens absolutum, quia illud M6 defectum quadraturæ notat in rectangulo, cuius vnũ ex lateribus iam scimus esse 2, et ipsius quadratutam esse 10, abscisa parte, quæ est 6. Facienda igitur erit æquatio, non detractione, sicut prius, sed adiectione, hoc modo. Quoniam habet continẽs defectum M6, finge te illi donare defectum huiusmodi, ipsum igitur erit purè 2 ℞, dona tantũdem, hoc est 6, ipsi contento 10; fit 16. Habes igitur æquatione facta 2 ℞ latus vnum rectanguli cuius est quadratura [ 16 ]. Partire 16 in 2, prouenit 8,*

*qui*

*Qui numerus est quem oportuit inuenire. Hic autem, & in omni ratione sequenti, donec aliter dicatur, intellige semper rectangulum fieri, sicut in præcedẽtibus iam demonstraui. Sciendum est etiã omnem numerum, cui non adhæret nota quantitatis esse quadraturã rectãguli, vel totã vel ex parte. Itẽ omne cõtinens, atq; contentũ, adiectione, vel detractione æqualiter vtrinque facta, ita disponi debent, vt in continente solus remaneat lineæ numerus, & in contento numerus absolutè. Et propter hoc pars ista prima quadraturæ ad rectangulum perducens simpliciter, canon simplex dicitur esse, ad differentiã aliorum, qui cõpositi vocantur.*

## Problema 5.

Numerum inuenire, qui duplicatus, & additis 2, tantundem faciat, quàm si eidem adiiciantur 11.

*Pone talem numerum esse 1 ℞, duplica, fit 2 ℞, adiice 2, fit 2 ℞ P 2. Quod est continens adhuc confusum. Item ad positionem 1 ℞ adde 11, fit 1 ℞ P 11. Quod est contentum etiam in cõfuso. Habes itaque 2 ℞ P 2 [ 1 ℞ P 11. Quæ sunt duo rectangula inter se commixta. Quibus est opus æquatione, vt in vnum coalescant, hoc modo. Aufer à*

*contento 1 ϱ, & item à continente 1 ϱ, relinquitur 1 ϱ P 2 [ 11, nondum tamen est æquatio perfecta, nisi ab vtraque parte conferatur 2, & sic habebis 1 ϱ [ 9 ] partire in 1, prouenit 9. Qui numerus est quem oportuit inuenire.*

## Problema 6.

Numerum inuenire, qui triplicatus, & inde sublatis 7 eandem summam componat, quam si duplicatus fuerit, & auferatur inde monas.

*Pone talem numerũ esse 1 ϱ, triplica, fit 3 ϱ, aufer 7, restat 3 ϱ M 7. Quod est continẽs adhuc implicitum. Duplica 1 ϱ, fit 2 ϱ, auferatur monas, restat 2 ϱ M 1, quod est contentum. Habes itaque 3 ϱ M 7 [ 2 ϱ M 1. Aequationem ita facies. Ex contento, & ex continente aufer 2 ϱ, restat 1 ϱ M 7 [ M 1. Deinde finges te donare, siue supplere defectum M 1 in vtraque partium, quod nihil aliud est quàm ipsum auferre, restat igitur vtrobique 1 ϱ M 6 [ 0. Postremò defectum M 6 condonabis vtrique parti. Et sic habebis 1 ϱ [ 6 ]. Partire 6 in 1, prouenit 6. Qui numerus est quem oportuit inuenire.*

## Problema 7.

Numerum inuenire, qui cum sui dimidio faciat minus 10, quàm si ducatur in 2, et producto addatur 4.

*Pone talem numerum esse 1 ℞, adde dimidium ipsius, fit 1 $\frac{1}{2}$ ℞, adde etiam M 10, fit 1 $\frac{1}{2}$ ℞ M 10. Quod est cõtinens adhuc perturbatum. Duc 1 ℞ in 2, fit productum 2 ℞, adde 4, fit 2 ℞ P 4. Habes itaque $\frac{1}{2}$ ℞ M 10 [ 2 ℞ P 4. Fac æquationẽ, auferens ab vtraque partium 1 $\frac{1}{2}$ ℞, restat M 10 [ $\frac{1}{2}$ ℞ P 4. Et quoniam in contento, præter sui naturam, remanet character lineæ, & in continente nullus est, sicut semper esse debet. Propter hoc igitur vicißitudine facta, contentum erit continens, & ex contrario, sic, $\frac{1}{2}$ ℞ P 4 [ M 10. Aufer superfluum P 4 ab vtraque partium, & ab altera notam M restat $\frac{1}{2}$ ℞ [ 6 ]. Partire 6 in $\frac{1}{2}$, prouenit 12. Qui numerus est quem oportuit inuenire. Poteris autem, vt ex particula continentis fiat numerus, ipsam augere dimidio, & tunc etiam contentum augeri debet æqualiter, id est, sui dimidio. Et sic habebis 1 ℞ [ 12 ]. Semper igitur quocunque numero augeantur ambæ partes, idem proueniens ex partitione se-*

*quetur. Et hæc conuersio particularum in numeros, ad faciliorem calculum adhibita, æquatio secunda vocatur. Hic etiam operatio fiet conuerso modo, perinde ac si conuerteretur propositum, sic. Numerum inuenire, qui ductus in 2, & producto additis 4, faciat plus 10, quàm ad ipsum iuncto sui dimidio. Pone 1 ρ, duc in 2, fit 2 ρ, adde 4, fit 2 ρ P 4. Item ad 1 ρ addo $\frac{1}{2}$ ρ, fiet 1 $\frac{1}{2}$ ρ, adde 10, fit 1 $\frac{1}{2}$ ρ P 10. Habes igitur 2 ρ P 4 [ 1 $\frac{1}{2}$ ρ P 10. aufer ab vtraque parte 1 $\frac{1}{2}$ ρ, & etiam 4 restat $\frac{1}{2}$ ρ [ 6 ] sicut antea.*

## Problema 8.

Numerum inuenire, ex quo sublatis dimidio, & triente & postremò 2, residuum fiat 8.

P*One talem numerum esse 1 ρ, aufer $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$, hoc est $\frac{5}{6}$, restat $\frac{1}{6}$ ρ, aufer 2, fit residuũ $\frac{1}{6}$ ρ M 2 [ 8. Fac æquationẽ dando vtrique partium 2, et habebis $\frac{1}{6}$ ρ [ 10 ] & per æquationẽ secundam fiet 1 ρ [ 60 ]. Partire 60 in 1, prouenit 60. Qui numerus est quem oportuit inuenire.*

*Vt autem intelligas, æquatio secunda nihil aliud est quàm augmentum ex Regula factum, hoc modo. Si $\frac{1}{6}$ fit 1, quid 10? Operare, & habebis 60.*

*Sed per compendium ita fieri solet, vt in particula relinquatur solus numerator, & in denominatorem multiplicetur numerus in contento, sicut hic, sublato nomine particulæ $\frac{1}{6}$ relinquitur 1, & ducto 10 in 6, fit 60.*

## Problema 9.

Numerum 12 in duas partes ita diuidere, vt addendo 4 minori, & maiori 2, vna sit æqualis alteri.

*Pone minorem partium esse 1 ℞, erit igitur maior 12 M 1 ℞. Adde minori 4, fit 1 ℞ P 4. Quod est continens adhuc confusum. Item maiori, quæ est 12 M 1 ℞, adde 2 fit 12 M 1 ℞ P 2, hoc est, 14 M 1 ℞. Habes igitur 1 ℞ P 4 [ 14 M 1 ℞. Aequationē ita facies. Primò condonabis vtrique partium 1 ℞, fietque 2 ℞ P 4 [ 14. Aufer superfluum 4 ab vtraque parte, & sic restabit 2 ℞ [ 10 ]. Partire 10 in 2, prouenit 5, quæ est minor pars. Maior igitur erit 7. Quoniam ambas simul oportet esse 12. Numerum itaque 12 in duas partes 5 & 7, ita diuisimus, vt addendo minori 4, & maiori 2, vna sit æqualis alteri. Quod oportuit facere. Nam vtraque separatim faciet 9.*

## Problema 10.

Numerum 18 in duas partes ita diuidere, vt addendo alteri quidem 2, & alteri 7, ipsa composita se habeãt in ratione dupla.

*Ita proponit Stephanus, non aduertens ad hoc respondere posse dupliciter. Quod est vitium in proposito, cuius inuestigationem ostendam vtroque modo. Pone primam partem esse 1 ρ, erit igitur altera 18 M 1 ρ. Adde priori 2, fit 1 ρ P 2. Item alteri adde 7, fit 18 M 1 ρ P 7, hoc est, 25 M 1 ρ. Iam igitur habes primam partem compositam esse 1 ρ P 2, & secundam 25 M 1 ρ. Et quia proponitur, vt ipsa composita sint in dupla ratione, duplica 1 ρ P 2, fit 2 ρ P 4. Habemus igitur 2 ρ P 4 [ 25 M 1 ρ. Fac æquationem, vtrique partium condonans 1 ρ, fit 3 ρ P 4 [ 25. Aufer vtrinque P 4, restat 3 ρ [ 21 ]. Partire 21 in 3, prouenit 7, quæ est vna quæsitarum partium. Vt autem habeas alteram, aufer 7 ex 18, restat 11, quæ est altera pars. Nam 7 & 11 simul fit 18. Et primæ parti 7 addendo 2 fit 9. Et secundæ parti 11, addendo 7, fit 18, cuius ratio ad 9 dupla est. Habes igitur hoc modo partes quæsitas 7 & 11. Resume id quod suprà fuit inuentum, scilicet*

*scilicet primam partem compositam esse 1 ϱ P 2, & secundam 25 M 1 ϱ, duplica 25 M 1 ϱ, fit 50 M 2 ϱ. Habes itaq; 1 ϱ P 2 [ 50 M 2 ϱ. fac æquationem vtrobique donãs 2 ϱ, fit 3 ϱ P 2 [ 50. Aufer vtrinque P 2, restat 3 ϱ [ 48 ]. Partire 48 in 3, prouenit 16, quæ est vna pars ex quæsitis. Altera igitur erit 2, quæ simul faciunt 18, & ad 16 additis 2, fit 18. Ad 2 autem additis 7, fit 9, cuius ad 18 subdupla est ratio. Vides itaque duplici modo verum fieri partes quæsitas esse 7 & 11. Item 16 & 2. Vt autem, sicut necesse est, solutio coarctetur, in vnum, mutandum erit in propositione sic, vt addendo minori quidem 2, & maiori 7 ipsa composita se habeant in ratione dupla. Et tunc quæsitæ partes nihil aliud esse possunt, quàm 7 & 11.*

## Problema II.

Numerum 70 in tres partes ita diuidere, vt prima quidem secundam excedat in 7, secunda verò tertiam in 18.

*Pone primam partium esse 1 ϱ. Secunda igitur erit 1 ϱ M 7. Tertia verò 1 ϱ M 25. Adde simul dictas partes, fit summa 3 ϱ M 32, quod est cõtinens. Ipsum autem contentum est 70. Habes ita-*

*que 3 ρ M 32 [ 70. fac æquationem donans vtrique M 32, restat 3 ρ [ 102 ]. Partire 102 in 3, prouenit 34. Quæ est prima pars. Vt autem habeas secundam, ex 34 detrahe 7, restat 27. Item ex 34 auferendo 25, restabit pars tertia 9. Dicemus igitur tres partes quæsitas esse 34. 27. 9. quæ simul iunctæ faciunt 70.*

## Problema 12.

Numerum 40 in tres partes ita diuidere, vt prima quidem secundæ sit duplum, & adhuc excedat in 4. Secunda verò tertiæ duplum deficiens in 2.

*Pone tertiam partem esse 1 ρ. Secunda igitur erit 2 ρ M 2. Et prima 4 ρ M 4 P 4. Adde simul huiusmodi partes, fit summa 7 ρ M 6 P 4 [ 40. Fac æquationem, primò subtrahens P 4 ex M 6, restat 7 ρ M 2 [ 40. Dona vtrobique M 2, restat 7 ρ [ 42 ]. Partire 42 in 7, prouenit 6. Quæ est tertia pars quæsita. Secunda autem cùm proponatur esse duplum tertiæ deficiens in 2, ipsa erit 10, quare & prima 24. Numerus igitur 40 diuisus est in tres partes 24. 10. 6, quales proponuntur. Quod erat faciendum.*

*Prob*

## Problema 13.

Numerum 9 in tres partes ita diuidere, vt minima quidem si ducatur in 6, producat plus 4 quàm maxima, si ducatur in 2. Media verò ducta in 3, producat minus 3, quàm fecit minima ducta in 6.

*Pone minimam partem esse 1 ρ, duc in 6, fit productum 6 ρ. Igitur secundùm ea quæ proponuntur, mediæ, & maximæ partium producta erunt 6 ρ M 3, & 6 ρ M 4. Multiplicantes autem numeri dantur esse 3 et 2. Vt igitur inuenias quid fuerit multiplicatum, vnde fiant huiusmodi producta, partire 6 ρ M 3 in 3, & 6 ρ M 4 in 2, proueniet 2 ρ M 1, & 3 ρ M 2. Adde 1 ρ, fit trium partium summa 6 ρ M 3 [ 9. Fac æquationem, donans vtrobique M 3, restat 6 ρ [ 12 ]. Partire 12 in 6, prouenit 2, minima partium, quæ ducta in 6 producit 12. Media igitur, & maxima, cùm ex proposito, ductæ in 3, & 2, producant 9 & 8, partiendo 9 in 3, & 8 in 2, prouenit 3, pars media, & 4. pars maxima. Numerus igitur 9 diuiditur in tres partes 2. 3. 4. Quales oportuit facere.*

## Problema 14.

Numerum 38 in tres partes ita diuidere, vt dimidium primæ, triplum secũdæ, quadrans tertiæ inuicem sint æqualia.

*Pone primam partem esse 1 ϱ, huius dimidium est $\frac{1}{2}$ ϱ, partire in 3, prouenit $\frac{1}{6}$ ϱ, quæ est pars secunda. Rursum $\frac{1}{2}$ ϱ multiplica in 4, fit 2 ϱ, quæ est pars tertia. Collige tres huiusmodi partes, fit summa 3 $\frac{1}{6}$ ϱ [38]. Partire 38 in 3 $\frac{1}{6}$, hoc est, per æquationem secundam 228 in 19, prouenit 12. Quæ est prima pars. Huius dimidium, quod est 6, partire in 3, prouenit 2, pars secunda. Rursum 6 multiplica in 4, fit 24, pars tertia. Numerus igitur 38 diuisus est in tres partes 12. 2. 24, quales oportuit inuenire.*

## Problema 15.

Numerum 55 in quinque partes diuidere, quæ sese triade semper excedant.

*Pone primam esse 1 ϱ. Secunda igitur erit 1 ϱ P 3, tertia 1 ϱ P 6, quarta 1 ϱ P 9, quinta 1 ϱ P 12.*

*P 12. Compone dictas partes, fit summa 5 ℞ P 30 [ 55. Fac æquationem auferens vtrobique P 30, restat 5 ℞ [ 25 ]. Partire in 5, prouenit 5. Quæ est prima partium. Secunda igitur erit 8. tertia 11, quarta 14. quinta 17. Numerum igitur 55 diuisimus in quinq; partes 5. 8. 11. 14. 17, quæ sese triade semper excedunt. Quod erat propositum.*

## Problema 16.

Duos numeros inuenire, quorũ sit differentia 3, & ambo simul faciant 19.

P*One minorem esse 1 ℞. Maior igitur erit 1 ℞ P 3, & ambo simul 2 ℞ P 3 [ 19. Fac æquationem, auferens vtrobique P 3, restat 2 ℞ [ 16 ]. Partire in 2, prouenit 8. Qui minor est numerus ex quæsitis. Maior igitur erit 11. Hic & in similibus positio etiam fieri poterit de maiori numero, in hunc modum. Pone maiorem numerum esse 1 ℞. Minor igitur erit 1 ℞ M 3, & ambo simul 2 ℞ M 3 [ 19. Fac æquationem donans vtrobique M 3, restat 2 ℞ [ 22 ]. partire in 2, prouenit 11. Qui maior est numerus ex quæsitis. Minor igitur erit 8. Notandum itaque, illum semper numerum ex vltima partitione prouenire, quem prima lineæ positio signat.*

Prob

## Problema 17

Numerum 24 in duas partes ita diuidere, vt maior si partiatur in 2, fiat proueniens quadruplum alterius partitæ in 4.

*Pone maiorem partem esse 1 ϱ, partire in 2, fit $\frac{1}{2}$ ϱ. Huius quarta pars est $\frac{1}{8}$ ϱ. Multiplica in 4, producitur 2 ϱ, adde 1 ϱ, fit 3 ϱ [ 24 ]. Partire in 3, prouenit 8. Quæ est pars minor. Erit igitur 16, pars maior.*

*Est animaduertendum hîc, ex vltima partitione non prouenisse numerum quem prima positio signat. Cuius rei causam duplicem possumus afferre. Primùm quòd ipse calculi modus implicitè procedit. Deinde quòd ipsa etiam propositio intricationem habet. Rectum enim & simplex erat ita proponere. Numerum 24 in duas partes, quæ sint in ratione dupla, diuidere. Et sic erat calculus expeditior, finisque legitimus. Pone maiorem partium esse 1 ϱ, erit igitur minor $\frac{1}{2}$ ϱ. Habes itaque 1 $\frac{1}{2}$ ϱ [ 24 ]. Partire 24 in 1 $\frac{1}{2}$, hoc est, 48 in 3, prouenit 16, pars maior. Pone rursum minorem partem esse 1 ϱ, erit igitur maior 2 ϱ. Quare fit 3 ϱ [ 24 ] & ex partitione prouenit 8, pars minor.*

*minor. Et sic vtroque modo, positionem suam partitio tenet. Primus etiam calculus, ex forma problematis, emendatius fiet in hũc modum. Pone maiorem partem esse 1 ℞. Erit igitur minor 24 M 1 ℞. Partire 1 ℞ in 2, fit $\frac{1}{2}$ ℞. Partire etiam 24 M 1 ℞ in 4, fit 6 M $\frac{1}{4}$ ℞. Huius autem quadruplum proponitur esse $\frac{1}{2}$ ℞. Habes ergo 6 M $\frac{1}{4}$ ℞ [ $\frac{1}{8}$ ℞. Et æquatione facta $\frac{3}{8}$ ℞ [ 6 ]. Partire 6 in $\frac{3}{8}$, hoc est, 48 in 3, prouenit 16, pars scilicet maior, quæ posita est 1 ℞. Ex hoc itaque, & superioribus apparet. Si quid falsum, vel ineptum, aut præposterum in quadratura fiat, operationis indicio signari. Quod nõ est re ipsa monstrasse, superfluum.*

## Problema 18.

Numerum 40 in tres partes ita diuidere, vt ex prima quidẽ, si partiaris in 2, proueniat plus 5, quàm ex secunda, si diuidatur in 3. Ex tertia autem diuisa in 5, proueniat minus 1, quàm ex secunda diuisa in 4.

*Pone primam partium esse 1 ℞, partire in 2, prouenit $\frac{1}{2}$ ℞, aufer 5, restat $\frac{1}{2}$ ℞ M 5. Multiplica in 3, fit 1 $\frac{1}{2}$ ℞ M 15. Et hoc erit pars secunda. Quam partiendo in 4, prouenit $\frac{3}{8}$ ℞ M*

*3 $\frac{3}{4}$. Adde M 1, fit $\frac{3}{8}$ ℘ M 4 $\frac{3}{4}$. Multiplica in 5, fit 1 $\frac{7}{8}$ ℘ M 23 $\frac{3}{4}$. Quæ est pars tertia. Compone simul huiusmodi tres partes, fit summa 4 $\frac{3}{8}$ M 38 $\frac{3}{4}$ [ 40. Fac æquationem, donans vtrobique 38 $\frac{3}{4}$, relinquitur 4 $\frac{3}{8}$ [ 78 $\frac{3}{4}$ ]. Partire 78 $\frac{3}{4}$ in 4 $\frac{3}{8}$, hoc est, 2520 in 140, prouenit 18. Quæ est prima partium ex quæsitis. Huius dimidium est 9, aufer 5, restat 4. Duc in 3, fit pars secunda 12. Huius quadrans est 3, aufer 1, restat 2. Duc in 5, fit pars tertia 10. Dicemus itaque tres quæsitas partes esse 18. 12. 10. Quas oportuit inuenire.*

## Problema 19.

Numerum 22 in duas partes ita diuidere, vt dimidium minoris, dempta monade, sit quadrans maioris.

P*One minorem partem esse 1 ℘. Huius dimidium est $\frac{1}{2}$ ℘. Aufer 1 restat $\frac{1}{2}$ ℘ M 1. Duc in 4, fit 2 ℘ M 4. Adde 1 ℘, fit 3 ℘ M 4 [ 22. Fac æquationẽ donãs vtrobique M 4, restat 3 ℘ [ 26 ]. Partire in 3, prouenit pars minor 8 $\frac{2}{3}$. Aufer ex 22, restat pars maior 13 $\frac{1}{3}$. Sunt igitur ex numero 22 duæ partes 8 $\frac{2}{3}$ & 13 $\frac{1}{3}$, quales oportuit inuenire.*

*Prob*

## Problema 20.

Quinque nnmeros inuenire, quorum primus sit 8, progredientes æqualiter, qui simul iuncti faciant 70.

P*One excessum progressionis esse* 1 ℓ. *Cum igitur primus proponatur esse* 8, *secundus erit* 8 *P* 1 ℓ, *tertius* 8 *P* 2 ℓ, *quartus* 8 *P* 3 ℓ, *quintus* 8 *P* 4 ℓ, *& omnes simul* 40 *P* 10 ℓ [ 70. *Fac æquationem subtrahendo* 40 *ex* 70, *restat* 10 ℓ [30]. *Partire in* 10, *prouenit* 3. *Qui est excessus progressionis. Cum igitur primus ponatur esse* 8, *secundus erit* 11. *Erunt ergo progredientes æqualiter quinque numeri, scilicet* 8. 11. 14. 17. 20, *qui simul iuncti faciunt* 70. *Quos oportuit inuenire.*

## Problema 21.

Numerum inuenire quo duplicato, & sublatis 8 deinde residuo triplicato, deductisque 20, nihil remaneat.

P*One talem numerum esse* 1 ℓ. *Duplica, fit* 2 ℓ. *Aufer* 8, *restat* 2 ℓ *M* 8. *Triplica, fit* 6 ℓ *M* 24. *Aufer* 20, *hoc est, adde M* 20, *& habebis*

6 ℓ

*6 ρ[44]. Partire in 6, prouenit $7\frac{1}{3}$. Qui numerus est quem oportuit inuenire.*

*Ex hoc videre est ipsum contentum à principio fuisse nihil. Quoniam tota quadratura rectanguli continebatur in defectu M 44, quem æquatio in suum locum restituit.*

## Problema 22.

Quatuor numeros continuè proportionales inuenire, quorum tertius ad primum sit in ratione dupla sesquiquarta, & sit omnium summa 65.

*Pone primum esse 1 ρ, erit igitur tertius $2\frac{1}{4}$ ρ. Multiplica in 1 ρ, fit $2\frac{1}{4}$ ◊. Huius tetragonicum latus est $1\frac{1}{2}$ ρ. Quod vicem tenet numeri secundi. Vt autem inuenias quartum, dispone Regulam. Si 1 ρ fit $1\frac{1}{2}$ ρ, quid $2\frac{1}{4}$ ρ? Multiplica in $1\frac{1}{2}$ ρ, fit $\frac{27}{8}$ ◊. Partire in 1 ρ, prouenit $\frac{27}{8}$ ρ. Adde simul 1 ρ, $2\frac{1}{4}$ ρ, $1\frac{1}{2}$ ρ, $\frac{27}{8}$ ρ, habebis $8\frac{1}{8}$ ρ[65]. Partire 65 in $8\frac{1}{8}$, hoc est, 520 in 65, prouenit 8, qui primus est numerus. Erit ergo tertius 18, & secũdus tetragonicũ latus 144, hoc est, 12. Quare & quartus 27. sunt igitur 8. 12. 18. 27, quatuor numeri continuè proportionales quos oportuit inuenire. Ex hoc itaque videmus*

*demus Regulam habere locum etiã in quadratura.*

## Problema 23.

Duos numeros inuenire, quorum sit differentia 3, ita vt minor ductus in maiorem, & producto additis 24, summa fiat æqualis quadrato maioris.

P*One minorem esse 1ϱ. Maior igitur erit 1ϱ P 3. Duc in 1ϱ, fit 1◊ P 3ϱ. Adde 24, fit summa 1◊ P 3ϱ P 24. Item duc in se 1ϱ P 3, fit 1◊ P 6ϱ P 9 [ 1◊ P 3ϱ P 24. Fac æquationem, auferens vtrobique 1◊, restat 6ϱ P 9 [ 3ϱ P 24. Item ex 6ϱ aufer 3ϱ, & 9 ex 24, habebis 3ϱ [15]. Partire in 3, prouenit 5, qui minor est numerus ex quæsitis. Quare maior erit 8. Quos opportuit inuenire.*

## Problema 24.

Duos numeros inuenire, qui simul iuncti faciant 12, & ipsorum quadrata differant in 24.

P*One minorem esse 1ϱ. Maior igitur erit 12 M 1ϱ, & ipsius quadratum est 1◊ M 24ϱ P*

*144. Aufer quadratum minoris, scilicet 1◊, restat M 24 ϱ P 144 [ 24. Fac æquationem, donans vtrobiq; M 24 ϱ, & subtrahens 24 ex 144, restat 24 ϱ [ 120. Partire in 24, prouenit 5, minor scilicet numerus, alter igitur erit 7. Quos oportuit inuenire.*

## Problema 25.

Numerum quadratum inuenire, quo diuiso in suum latus M 4, proueniat 6 plus, quàm ipsum latus.

P*One talem numerum esse 1 ◊. Huius latus est 1 ϱ. Partire 1 ◊ in 1 ϱ M 4, prouenit* $\frac{1◊}{1ϱ\,M\,4}$ [ 1 ϱ P 6. *Fac æquationem multiplicando contentum 1 ϱ P 6 in denominatorem fragmenti 1 ϱ M 4, fiétque 1 ◊ P 2 ϱ P 24 [ 1 ◊. Et tandē 2 ϱ [ 24. Partire in 2, prouenit 12, quod est tetragonicum latus quæsiti numeri 144. Quem oportuit inuenire. Aequationis istius formulam hic apposui.*

1 ◊ P 6 ϱ M 4 ϱ M 24. 1 ◊

$$\frac{1ϱ\,P\,6}{1} \times \frac{1◊}{1ϱ\,M\,4}$$

*Hìc autem est quod aduertas, id quod ex vltima partitione prouenit 12, quod est latus quadrati 144, ideo nō respōdere positioni, quæ fuit 1 ◊, quoniā ipsa, sicut alias semper fieri debuit 1 ϱ, in hunc*

mo

*modũ. Pone eius quod quæritur quadrati latus esse 1 ℞, aufer 4, restat 1 ℞ M 4. Partire 1 ◊ in 1 ℞ M 4, & reliqua sicut prius. Quædã tamẽ ex regulis aliquando cõpendij, vel alia causa mutatur. Quod ipsum semper opus, aliqua sui parte turbata, monstrabit.*

## Problema 26.

Numerum inuenire, cuius quadratum sit æquale quatuor suis lateribus.

*Pone talem numerum esse 1 ℞, ipsius quadratum est 1 ◊, & quatuor ipsius latera sunt 4 ℞. Habes igitur 1 ◊ [ 4 ℞. In his autem sic erit æquatio facienda, vt ab vtraque quantitatum auferatur vna dimensio. Restat igitur 1 ℞ [ 4 ]. Partire in 1, prouenit 4, numerus quem oportuit inuenire.*

## Problema 27.

Numerum inuenire, cuius quadratum sit æquale duplo sui lateris.

*Ex ipsa propositione satis intelligitur hic haberi 1 ◊ [ 2 ℞. Aufer vtrobique dimensionem vnam, restat 1 ℞ [ 2 ]. Partire in 1, prouenit 2, numerus quem oportuit inuenire.*

## Problema 28.

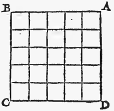
Numerum inuenire, qui duplicatus & in se ductus producat duplum sui cubi.

*P*One talem numerum esse 1 ϱ. Duplica fit 2 ϱ. Duc in se, fit 4 ◊. [ 2 ⊡. Aufer vtrinque dimensiones duas, & ex continente facito contentum. Restat 2 ϱ [ 4 ]. Partire in 2, prouenit 2 numerus, quem oportuit inuenire.*

## Problema *29.*

Numerum inuenire, qui ductus in se, & producto iunctis 4, faciat 29.

*P*One talem numerum esse 1 ϱ. Duc in se, fit 1 ◊. adde 4, fit 1 ◊ P 4 [ 29. Fac æquationem auferens vtrinque P 4, restat 1 ◊ [ 25 ]. Quære tetragonicum latus in contento 25, quod est 5. Est itaque 5 numerus quem oportuit inuenire.*




*Hic enim intelligitur describi, non rectãgulum altera parte lõgius, sicut in omni problemate præcedẽti, sed quadratum B A C D, cuius est quadratura 25, prout ex decussatione videtur. Quæ semper ex ductu vnius lateris in se producitur.*

Quo

*Quoties igitur post æquationem factam habetur in continente quadratum, et in contento numerus, latus ipsius tetragonicum est quæsitus numerus, quem prima positio signat.*

## Problema 30.

Numerum inuenire, qui ductus in se faciat 30.

*Pone talem numerum esse 1 ρ. Duc in se, fit 1 ◊ [30]. Cùm autem numerus 30, non sit quadratus, & propterea tetragonicum latus non habeat, dicendum huiusmodi quæsitum, & similia in numeris nunquam fieri posse, nisi secundùm veri propinquitatẽ. Velut in hoc loco dicere possis propinquum latus 30 esse 5 $\frac{1}{2}$, & adhuc propinquius 5 $\frac{11}{14}$. In Geometricis autem latera tetragonica omnium numerorum in lineis assignare promptissimum est.*

## Problema 31.

Numerum inuenire, qui ductus in se, & productum in 6, iunctisque 4, totum faciat 58.

*Pone talem numerum esse 1 ϛ. Duc in se, fit productum 1 ◊. Duc in 6, fit 6 ◊. Iunge 4, fit 6 ◊ P 4 [ 58. Fac æquationem, auferens vtrobique P 4, restat 6 ◊ [ 54. Partire 6 in 6. Item 54 in 6, prouenit 1 & 9. Hic igitur habebis 1 ◊ [ 9]. Huius tetragonicum latus 3, est numerus quem oportuit inuenire.*

## Problema 32.

Numerum inuenire, qui ductus in sui quadrantem, & à producto monade sublata relinquat 99.

*Pone talem numerũ esse 1 ϛ. Duc in $\frac{1}{4}$ ϛ, fit productum $\frac{1}{4}$, ◊, aufer 1, restat $\frac{1}{4}$ ◊ M 1 [ 99. Fac æquationem donans vtrobique M 1, restat $\frac{1}{4}$ ◊ [ 100. Multiplica $\frac{1}{4}$ ◊ in 4. Item 100 in 4, & habebis 1 ◊ [400]. Huius tetragonicum latus 20, est numerus quem oportuit inuenire.*

*Ex hoc itaque & præcedenti notabis exemplo, ipsum continens, partitione, vel multiplicatione æqualiter vtrobique facta, ad vnicum semper quadratum debere redigi.*

# Problema 33.

Duos numeros in ratione dupla ſeſquialtera reperire, ex quorum inter ſe ductu, et quinta parte maioris, in quartam minoris, & ſummæ productorum additis 8, totum faciat 50.

*Pone numerum minorem eſſe* 1 ρ, *maior igitur erit* $2\frac{1}{2}$ ρ. *Duc in* 1 ρ, *fit* $2\frac{1}{2}$ ◊. *Item quintam partem* $2\frac{1}{2}$ ρ, *quæ eſt* $\frac{1}{2}$ ρ, *ducito in* $\frac{1}{4}$ ρ, *fit* $\frac{1}{8}$ ◊, *adde ad* $2\frac{1}{2}$ ◊, *fit ſumma* $2\frac{5}{8}$ ◊, *adde* 8, *fit totum* $2\frac{5}{8}$ ◊ *P* 8 [ 50. *Fac æquationem auferens vtrobique P* 8, *reſtat* $2\frac{5}{8}$ ◊ [ 42. *Partire* $2\frac{5}{8}$ *in ſe, prouenit* 1. *Rurſum* 42 *partire in* $2\frac{5}{8}$, *hoc eſt*, 336 *in* 21, *prouenit* 16. *Habes igitur* 1 ◊ [ 16 ]. *Huius tetragonicũ latus* 4 *eſt minor ex quæſitis numerus, maior igitur, cùm ſit duplus ſeſquialter ad* 4, *erit* 10. *Sunt itaque* 4 *et* 10 *duo numeri quos oportuit reperire.*

# Problema 34.

Duos numeros in ratione tripla reperire, quorum quadrata ſimul ſint æqualia ei quod fit ex ductu vnius in alterum quater, ſublatis 8.

*Pone minorem esse 1 ρ, maior igitur erit 3 ρ, & eorum quadrata simul iuncta fiunt 10 ◊. Duc 1 ρ in 3 ρ, fit 3 ◊, duc in 4, fit 12 ◊, aufer 8, restat 12 ◊ M 8 [ 10 ◊. Fac æquationem, ex 12 ◊, auferens 10 ◊ donans vtrobique M 8, restat 2 ◊ [ 8. Et æquali partitione facta relinquitur 1 ◊ [ 4 ]. Huius tetragonicum latus 2 est minor numerus, maior igitur erit 6. Sunt itaque 2 & 6 duo numeri, quos oportuit inuenire.*

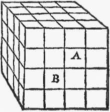
## Problema 35.

Numerum inuenire, qui ductus in se, postea in productum, & detractis inde 7, residuum fiat 57.

*Pone talem numerum esse 1 ρ. Duc in se, fit 1 ◊, duc in 1 ρ, fit 1 ⊡, aufer 7, restat 1 ⊡ M 7 [ 57. Fac æquationem donans vtrobique M 7, & habes 1 ⊡ [ 64 ]. Huius cubicum latus 4, est numerus quem oportuit inuenire.*

*Hîc & in similibus intellige describi cubum, qualis est B A. Cuius cubicationem decussatio monstrat. Et latus ipsius est in continente, quod prima positio signat. Quare si non fuerit in contento numerus cubus, non est in numeris explicabile quæsitum.*

Probl




## Problema 36.

Numerum inuenire, qui ductus in sui dimidium, & productum in quadrantem, iunctisque 2, totum faciat 218.

*Pone talem numerum esse* 1 ρ. *Duc in* $\frac{1}{2}$ ρ, *fit* $\frac{1}{2}$ ◊, *duc in* $\frac{1}{4}$ ρ, *fit* $\frac{1}{8}$ ⊡, *iūge* 2, *fit* $\frac{1}{8}$ ⊡ P 2 [ 218. *Et æquatiõe facta restat* $\frac{1}{8}$ ⊡ [216. *Redige ad vnum cubum, omnia multiplicans in* 8, *& habebis* 1 ⊡ [ 1728 ]. *Huius cubicum latus* 12 *est numerus quem oportuit inuenire.*

## Problema 37.

Duos numeros in ratione dupla reperire, quorum alter ductus in alterum, &

maior in productum summam faciant 108.

*Pone minorem esse 1ρ, maior igitur erit 2ρ. Duc in 1ρ, fit 2◊, duc in 2ρ, fit 4 ◫ [108. Redige ad unum cubum, utrobique facta partitione in 4, & habebis 1 ◫ [27]. Huius cubicum latus 3 est minor numerus, maior igitur erit 6. Sunt itaque duo numeri 3 & 6, quos oportuit inuenire.*

## Problema 38.

Numerum inuenire, qui ductus in se, postea in productum, adiunctóque sui quadruplo componat summam 117.

*Pone talem numerum esse 1ρ, duc in se, fit 1◊. Rursum ducito 1◊ in 1ρ, fit 1 ◫, adde 4ρ. Habes 1 ◫ P 4ρ [117]. Huiusmodi terminatio æquationem nullam recipit. Quare vix est ut in canonem veniat simplicem, qui duabus solùm quantitatibus diuersis concluditur. Cùm tamen sensus problematis nil aliud velit quàm inueniri cubum, qui cum quadruplo sui lateris componat 117, non erit inuestigatio difficilis, hoc modo. Inquire latus maximi cubi in dato numero 117, & inuenies 9, cum defectu 36, quæ sunt quatuor latera quæsiti cubi, quod est 81, adde 36, fit 117. Erit igitur 9 nume*

*numerus quem oportuit inuenire.*

## De tribus compoſitis canonibus.

*Viſo canone ſimplici, vt institutionem ordo ſequatur tres alios cōpoſitos iam locus erit inſpicere. Qui propterea compoſiti dicuntur, quòd in omnium continente poſt æquationem factã, ſemper remanent duæ quantitates diuerſæ, & vna ſolùm in contento. Ex qua dignoſcuntur ipſi canones inter ſe, nec plures tribus ab antiquis habentur. Quoniam in ipſis de tribus ſolummodo quantitatibus agitur, quæ ſunt numerus, quadratum, linea. Nam cubum prorſus nõ recipiunt. Et in primo quidem ſemper eſt contentum numerus, in ſecundo quadratum, in tertio linea. Quos fines ordo canonum perpetuò ſeruat, in memoria diligenter habendos, vt intelligatur quænam operationis forma ſequatur. Et quò facilius habeantur in promptu, diſticho ſequente diſpoſui.*

*Primus habet numerum, quadrato fine ſecundus*
*Clauditur, extremum concludit linea nobis.*

*Scire autem debes omnia propemodum iam in canone ſimplici tradita prius, in ſequentibus etiam habere locum, in quibus verò differant, ſingulorum*

*rum exemplis figurationibúsque suis ostendam.*

## Primi canonis exemplum.

Numerum inuenire, cuius quadratum cum suis quatuor lateribus, & additione 7 faciat 52.

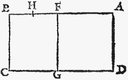
*Pone talem numerum esse 1 ρ, ipsius quadratum est 1 ◊, adde quatuor ipsius latera, quæ sunt 4 ρ, fit 1 ◊ P 4 ρ, adde 7, fit 1 ◊ P 4 ρ P 7, quæ omnia proponuntur facere 52, quod est contentu. Habes igitur 1 ◊ P 4 ρ P 7 [ 52. Fac æquationem, auferens vtrinq; P 7, restat 1 ◊ P 4 ρ [45]. Et talis terminatio fit semper in canone primo, scilicet in continente quadratum, cum numero lineæ, & in contēto solùm numerus. Cuiusmodi quantitates ad inuentionem quæsiti tractantur hoc modo. Primùm ex dimidio numeri linearum factum quadratum additur contenti numero, cuius summæ tetragonicum latus sumitur, & ex eo latere sublato linearum dimidio restabit quæsitum. Velut in proposito, quadra dimidium numeri linearū, scilicet 2, fit 4, adde numero 45, fit 49. Huius tetragonicum latus est 7, aufer dimidium numeri linearum, quod est 2, restat 5, numerus quem oport*

*oportuit inuenire. Et similis operandi forma perpetuò seruatur in canone primo. Si autem iuncto quadrato dimidij linearum ad contenti numerum, sumi non possit ex ea summa tetragonicum latus, vt quæ non sit quadratus numerus, tunc certò scias impossibile fieri per numeros quod proponebatur. Exempli gratia, mutetur ex proposito nostro, vt datus in fine numerus 52, fiat 53. Tunc æquatione facta, habebis 1 ◊ P 4 ρ [ 46 ]. Et addendo dimidij linearum quadratum 4 ad 46, fit summa 50, quæ quoniam non habet tetragonicum latus, dico nullum esse in rerum natura numerum qualis proponitur. In similibus autem Logistici nostri lineas irrationales respondere solent. Velut in hoc secundo proposito dicerēt, quæsitum numerum esse tetragonicum latus 50 minus 2. Quo nihil absurdius fieri potest, vt ad propositum de numeris lineam respondeas, quæ nullo vnquam numero ad verum possit explicari. Et quod est omnino ridiculū, hi etiam partim imperitia proponēdi, partim ostētatione vana subtilitatis, prauóque studio rem obscurandi, quæstiones de mercaturis, numeratáque pecunia sic ferè semper instituunt, vt earum solutio cadat in radices, vt ipsi vocant surdas, atque ligatas, pronicas, allellas, atque relatas, radicúmque radices, & quæ radicantur ab illis, aliáque id genus quāplurima. Quæ verè (vt cum Nasone dicā).*

*Nom*

Nomina sunt ipso penè timenda sono. Sed iam ad figurationem, demonstrationémque propositi veniamus.

In primo canone post æquationem factam semper intelligitur deformari rectangulum, quale est B A C D, diuisum in duas partes per lineam F G, quarum altera sit quadratum F D, altera verò rectangulum B G. Et totius




rectanguli B D quadratura semper est numerus in contento positus, qualis est hîc 45. Item particularis rectanguli latus B F semper habet eum qui est in continente numerum linearum, sicut est in hoc loco 4. Quadrati autem latus F A numerum quæsitum semper habebit, quem inuestigabis diuidendo per æqualia lineam B F in signo H. Erit igitur H F 2, & ipsius quadratum 4. Scimus autẽ ex propositione sexta Secundi Elementorum, rectangulum B D vnà cum quadrato lineæ H F, esse æquale quadrato lineæ H A. Sed rectangulum B D, vnà cum quadrato lineæ H F est 49, ipsa igitur H A est tetragonicum latus numeri 49, quod est 7, vnde si auferas numerum lineæ

H F

*H F, qui est 2, restat 5 in linea F A. Qui numerus est quem oportuit inuenire. Quod erat demonstrandum. Est tamen quod aduertas in hoc canone primò, ipsum continens non esse purum, sicut in simplici visum est. Quoniam id quod semper habet cum linea quadratum, pars est ipsius contenti, hoc est quadraturæ rectanguli, quam propriè nil aliud quàm lineæ continent.*

*Satis igitur ex his, operis, & inuenti ratio constat in hac regula, cuius adhuc aliquot exempla subiungam.*

Duos numeros in ratione tripla reperire, vt ex ductu alterius in alterum, & ad productum iuncto maiori, indéque sublatis 4, residuum fiat 32.

*Pone minorem esse 1 ℘, maior igitur erit 3 ℘. Duc in 1 ℘, fit 3 ◊, iunge 3 ℘, fit 3 ◊ P 3 ℘, aufer 4, restat 3 ◊ P 3 ℘ M 4 [ 32. Fac æquationem, donans vtrobique M 4, restat 3 ◊ P 3 ℘ [ 36. Fac æquationem secundam, singula partiens in quadrati numerum 3, & habebis 1 ◊ P 1 ℘ [ 12 ]. Operare modo priori, hoc est quadra $\frac{1}{2}$, fit $\frac{1}{4}$, adde ad 12, fit summa 12 $\frac{1}{4}$, huius tetragonicum latus est 3 $\frac{1}{2}$, aufer $\frac{1}{2}$, restat 3, numerus minor, quare maior est 9. Quos oportuit inuenire.*

*Num*

Numerum inuenire, cuius quadrati dodrans, iuncto besse sui lateris, faciat 31.

*Pone talem numerum esse 1 ρ. Huius quadrati dodrans fit* $\frac{3}{4}$ *◊, adde bessem lateris, fit* $\frac{3}{4}$ *◊ P* $\frac{2}{3}$ *ρ [ 31. Fac æquationem secundam, singula partiendo in quadrati particulam* $\frac{3}{4}$*, prouenit 1 ◊ P* $\frac{8}{9}$ *ρ [ 41* $\frac{1}{3}$ *]. Sequere canonis institutum quadrans* $\frac{4}{9}$*, fit* $\frac{16}{81}$*, adde ad 41* $\frac{1}{3}$*, fit 41* $\frac{43}{81}$*. Huius tetragonicum latus est* $\frac{58}{9}$*, hoc est, 6* $\frac{4}{9}$*, aufer* $\frac{4}{9}$*, restat 6, numerus quem oportuit inuenire. Nam quadratum 6 est 36, & huius dodrans est 27. Ipsius autem 6 bes fit 4, adde ad 27, fit summa data 31. Quod erat probandum.*

*Ex istis itaque notabis, ea quæ super æquationibus prima, & secunda, in canone simplici dicta sunt antea, in hoc etiam, & sequentibus obseruari. Sed iam ad canonem secundum transeamus.*

## Secundi canonis exemplum.

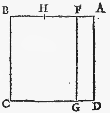
Numerum inuenire, cuius quadratum, octuplo sui lateris deducto, relinquat 20.

*Pone talem numerum esse 1 ρ. Duc in se fit 1 ◊, aufer octuplum sui lateris, quod est 8 ρ, restat*

*1 ◊ M 8 ρ. Habes igitur 20 [ 1 ◊ M 8 ρ. Fac æquationem, donans vtrobiq; M 8 ρ, fit 2 ◊ P 8 ρ [ 1 ◊ ]. Et huiusmodi quantitates, æquatione facta, canon secundus semper habebit, hoc est quadratum in cõtento, & duas in continente reliquas. Quarum altera quæ numeri titulo censetur pars est ipsius contenti, sicut erat in priore quadratum. Super quibus ad inuentionem quæsiti, ita procedit opus. Primùm ex dimidiato linearum numero factum quadratũ, additur continentis numero, cuius summæ tetragonicum latus dimidiato linearum numero coniunctum, summam facit, eum quem quæris numerum. Sicut in proposito, quadra semissem numeri linearum, qui est 4. fit 16, adde numero 20, fit 36, huius tetragonicum latus est 6, adde dimidium numeri linearum, scilicet 4, fit summa 10, numerus quem oportuit inuenire. Patet igitur inuestigationis huius differentiam, à præcedenti, in hoc solùm esse, quòd hìc linearum dimidium tetragonico lateri iungitur, vnde prius iubebatur auferri. Fit etiam in hoc canone demonstratio, sicut in primo, paucis mutatis. Post æquationem factam, semper est intelligendum deformari quadratum, veluti est B A C D, diuisum per lineam F G in duo rectangula B G, & F D, quorum alterum semper habet quadraturam numeri in continẽte relicti, qualis est hìc 20 in rectangulo F D, in parte autem*

m

*lateris quadrati, ſicut eſt B F, numerus linearum ſemper habetur, et totum quadrati lateris B A numerum quæſitum in ſe continet. Quem inueſtigabis diuidendo lineam B F per æqualia in ſigno H. Erit igitur H F 4, & ipſius quadratum 16. Scimus autem ex propoſitione ſexta ſecundi, rectangulum F D, vnà cum quadrato lineæ H F, eſſe æquale quadrato lineæ H A. Sed rectangulum F D, vnà cum quadrato lineæ H F, eſt 36, ipſa igitur linea H A, eſt tetragonicum latus numeri 36, quod eſt 6, cui ſi iungas numerum lineæ H B, qui eſt 4, fit totius lateris B A numerus 10, quem oportuit inuenire. Quod erat demonſtrandum. Si autem quadratum dimidij linearum iunctum continentis numero, ſummam conſtituat, vnde non poßit haberi tetragonicum latus, indicium erit, impoßibile quæſtionem in numeris abſolui. Eſt autem primi, & ſecundi canonum inter ſe magna vicinitas, quod exemplo ſequenti patebit.*




Duos numeros inuenire, quorũ ſit differen

feren

ferentia 3, & ex ductu alterius in alterum fiat 28.

*Pone maiorem esse 1 ρ, minor igitur erit 1 ρ M 3. Duc in 1 ρ, fit 1 ◊ M 3 ρ [ 28. Fac æquationem donans vtrobique M 3 ρ, fit 1 ◊ [ 28 P 3 ρ. Quoties autem vna solum quantitas relinquitur in continente, ex ipso fieri debet contentum, vt constituto fine canon terminetur. Hic igitur habebis 28 P 3 ρ [ 1 ◊ ]. Qui terminus est canonis secundi. Sumpto igitur dimidio 3, quod est 1 $\frac{1}{2}$, multiplica in se, fit 2 $\frac{1}{4}$, adde numero 28, fit 30 $\frac{1}{4}$. Huius tetragonicum latus est 5 $\frac{1}{2}$, adde 1 $\frac{1}{2}$, fit 7 numerus maior. Igitur minor ex data differentia 3, noscitur esse 4. Sunt itaque duo numeri 7 & 4, quos oportuit inuenire.*

*Si autem positio fiat hic super numero minori, terminabit sese calculus aliter, vtpote ponẽdo minorem esse 1 ρ, maior erit 1 ρ P 3. Duc in 1 ρ, fit 1 ◊ P 3 ρ [ 28 ]. Et ita ratio cadit in canonem primum. Cuius est operandi modus similis priori, nisi quòd ex tetragonico latere 5 $\frac{1}{2}$, auferri debet 1 $\frac{1}{2}$, & restabit 4 numerus minor, cui iuncta differentia 3, fiet numerus alter 7. Quos oportuit inuenire. Dispositio etiam Regulæ in canonibus habet locum, velut si proponatur hoc modo.*

Numerum inuenire, cui addendo 8, & ex ea summa detractione facta, quæ sit proportionalis additamẽto, residuũ fiat 63.

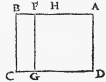
*Pone talem numerum esse 1 ϱ, adde 8, fit summa 1 ϱ P 8. Et quoniã fieri proponitur detractio ad rationẽ additamẽti, vt eã inuenias. Dispone Regulã dicẽdo. Si 1 ϱ fit 1 ϱ M 8, quod 1 ϱ P 8? Operare multiplicãdo 1 ϱ M 8 in 1 ϱ P 8, fit 1 ◊ M 64. Partire in 1 ϱ, prouenit fragmentũ* $\frac{1 ◊ M 64}{1 ϱ}$ *[ 63. Frãge 63 subscripta monade, sic* $\frac{63}{1}$. *Et more fragmẽtorum multiplicando* $\frac{63}{1}$ *in* $\frac{1 ◊ M 64}{ϱ}$, *fit 1 ◊ M 64 [ 63 ϱ. Fac æquationem, donans vtrobiq; M 64, faciénsque ex continente contentum, habebis 63 ϱ P 64 [ 1 ◊ ] qui terminus est canonis secundi. Quadrabis igitur dimidium 63, quod est 31* $\frac{1}{2}$, *fit 992* $\frac{1}{4}$. *Adde 64, fit 1056* $\frac{1}{4}$. *Huius tetragonicum latus est 32* $\frac{1}{2}$, *adde 31* $\frac{1}{2}$, *fit 64 numerus quem oportuit inuenire. Nam si ad 64 addideris 8, quæ est pars octaua 74, fit summa 72, cuius pars octaua est 9, qua sublata restat 63, numerus datus in proposito. Quod erat probandum. Superest vt canonem tertium persequamur.*

## Tertii canonis exemplum.

Numerum inuenire, qui ductus in 8, & ex

ex producto ſublatis 12, reſiduum quadrato ſuo faciat æquale.

Pone talem numerum eſſe 1 ρ. Duc in ſe, fit 1 ◊. Rurſum ducito 1 ρ in 8, fit 8 ρ, aufer 12, reſtat 8 ρ M 12. Habes igitur 1 ◊ [ 8 ρ M 12. Fac æquationem, donãs vtrobique M 12, fit 1 ◊ P 12 [ 8 ρ ]. Et huiuſmodi contentum numeri linearum canon tertius ſemper habebit, & duas in continente reliquas. Hic autem quamuis aliquantulum impropriè, dicitur linea contentum, quia finis eſt canonis, quo dignoſcitur ab alijs. Ex iſtis operatio diſponitur in hunc modum. Imprimis ex dimidiato linearum numero fit quadratum, vnde continentis numerus ſubtrahi debet, eiúſque reſidui tetragonicum latus iunctum dimidiato linearum numero, ſummam conſtituit, eum qui quæritur numerum. Sicut in propoſito, quadra linearum dimidium 4, fit 16, aufer numerum 12, reſtat 4, cuius tetragonicum latus eſt 2. Adde linearum dimidio 4, fit 6, numerus quem oportuit inuenire. Huius tertij canonis figuratio ſimilis eſt ei, quæ facta eſt in canone primo, non tamen eſt eadem in vtroque demonſtratio. Hic autem poſt æquationem factam, intellige deſcribi rectangulum, quale eſt B A C D, diuiſum in duas partes, ſecundùm lineam F G, quarum altera ſit quadratum F D, altera verò rectan




*gulum B G, cuius quadratura numerum continentis semper obtinet, qualis est hic 12. Latus autem B A numerum habet linearii, sicut est in hoc loco 8. His ergo cognitis quãtitas lateris F A, quæ numerũ quæsitũ semper habebit, inuestigatur hoc modo. Diuidatur linea B A per æqualia in puncto H. Est igitur linea H A 4, & ipsius quadratũ 16. Et quomã linea B A diuiditur per æqualia in puncto H, & per inæqualia in puncto F. Scimus ex quinta secundi Elementorum, rectãgulum B G, vnà cum quadrato lineæ F H esse æquale quadrato lineæ H A, quod est 16, vnde sublatis 12, restat 4 pro quadrato lineæ F H. Ipsa igitur F H est 2, quod iunctum ad 4 facit 6 numerum lineæ F A, quem quærimus inuenire. Quod erat demonstrandum. Vnde etiam operationis ratio constat. Si autem ipsum 2 auferatur ex 4, restat 2, qui numerus est lateris B F in rectangulo B G, cuius quadratura cùm sit 12, si partiaris in 2, prouenit sicut priori modo 6, numerus quæsitus. Et ita tetragonicum latus residui, vel additione, vel subtractione quæsitum nobis numerum ostendit, expeditius tamen addendo.*

*Hoc*

*Hoc autem vltimum de subtractione, cùm Lucas in canonibus antiquis. quos citat, inuenisset, non intelligens, suam demonstrationem multis prosequutus, legitimè concludere nunquam potuit. Vult enim, & sæpius inculcat, ad inuentionem quæsiti, opus esse aliquando adiectione dimidij linearum, & aliquando detractione. Et propterea (inquit) nō potuit, nec vnquam poterit super hac re dari regula certa, sicut in aliis. Hunc errorem, ex demonstratione quam feci, tam apertum, omnes quos viderim sequuntur, sed præcipuè Stephanus, etiam in deterius. Asserit enim quæstiones, quarum calculus in hunc canonem incidit, quem quartum ipse facit, maxima ex parte duplici constare responso, idque probare conatur exemplo. Quod iam quale sit, inspiciamus. Esto propositum (inquit) inuenire numerum, qui ductus in 5, fit æqualis suo quadrato, iunctis 4. Pone talem numerum esse 1 ℞. Duc in 5, fit 5 ℞. Rursum ducito 1 ℞ in se, fit 1 ◊, iunge 4, fit 1 ◊ P 4 [5 ℞]. Accipe dimidium 5, quod est 2 $\frac{1}{2}$, duc in se, fit 6 $\frac{1}{4}$, aufer 4, restat 2 $\frac{1}{4}$: Huius tetragonicum latus est 1 $\frac{1}{2}$, adde 2 $\frac{1}{2}$, fit 4, numerus quem oportuit inuenire. Si autem ipsum tetragonicū latus 1 $\frac{1}{2}$ auferatur ex 2 $\frac{1}{2}$ restat monas, quam etiam vult Stephanus esse numerum qualis proponitur. Nam quadratum monadis est ipsa monas, quod iunctum ad 4 facit 5. Et*

*ita videtur Stephanus dicti sui causam satis probasse. Quod minimè verum est. Licet enim in actu logistico monas numeri rationem obtineat, nequaquam tamen est numerus, sicut ex definitione sua constat apertè. Dicendum itaque nullum esse numerum, qualis modò proponitur, præter 4, cuius inuentio constat adiectione dimidiati linearum numeri 2 $\frac{1}{1}$ ad 1 $\frac{1}{1}$. Quòd autem detractione reperiatur monas, indicio est, eam esse latus rectanguli, cuius quadratura numerum continentis (sicut dixi) semper obtinet, qui est in hoc loco 4. Quare partiendo 4 in 1, prouenit sicut priori modo 4, numerus quæsitus. Talis etiam opinio Stephani nunquam habet locum, præterquam in monade. Cardanus insuper in opere quod inscripsit perfectum, super huiusmodi adiectione, vel detractione, ex aliorum ferè sententia loquitur, ita tamen ineptè, & implicitè, vt difficulter intelligas quid sibi velit. Est enim in verbis, & sensibus barbaries homini peculiaris. Ex his igitur patet quemadmodũ Lucas, Stephanus, & alij, fines canonis huius diuersè, maléque perceperunt. Quod vt plenius intelligatur, aliquot adhuc exempla subiiciam.*

Numerum 17 ita bipartiri, vt portio maior in semissem ducta minoris producat 36.

*Pone*

*Pone vnam portionem esse 1 ρ, altera igitur erit 17 M 1 ρ, quæ ducenda est in* $\frac{1}{2}$ *ρ. Sed quò magis expeditè ratio procedat, ducito 17 M 1 ρ in 1 ρ, fit 17 ρ M 1 ◊. Et quia duplicasti continens, duplica etiam contentum 36, & habebis 17 ρ M 1 ◊ [ 72. Fac æquationem, donans vtrobiq; M 1 ◊, fit 72 P 1 ◊ [ 17 ρ ]. Sequere præscriptũ canonis, multiplicando in se 8* $\frac{1}{2}$*, fit 72* $\frac{1}{4}$*, aufer 72, restat* $\frac{1}{4}$*, cuius tetragonicum latus est* $\frac{1}{2}$*, quod si addatur ad 8* $\frac{1}{2}$*, fit 9, portio maior. Si autem* $\frac{1}{2}$ *auferatur ex 8* $\frac{1}{2}$*, relinquetur 8, portio minor. Sunt igitur ex 17 duæ partes 9 & 8, quas oportuit inuenire.*

Numerum inuenire, cuius quadrati decuplum, iunctis 50, decuplo sui geminato, fiat æquale.

*Pone talem numerum esse 1 ρ. Huius quadrati duplum, iunctis 50, fit 2 ◊ P 50, & decuplum 1 ρ geminatum, fit 20 ρ. Habes igitur 2 ◊ P 50 [ 20 ρ. Fac æquationem secundam, minuens singula dimidio, restat 1 ◊ P 25 [ 10 ρ ]. Procede via canonis, quadrans dimidium 10, fit 25, aufer numerum 25, restat 0, cuius tetragonicum latus est 0, quod si vel addas ad 5, siue subtraxeris inde, tantũdem efficies, quia semper relinquitur 5,*

m 5

*numerus quem oportuit inuenire. Si autem quadratum dimidiati numeri linearum non fuerit maius, aut æquale continentis numero, signum est, impossibile fieri quod quæritur.*

*Ita se habet trium canonum compositorum ab antiquis institutio tradita nobis, cuius tamen authorem, qui Luca sit antiquior, nullum adhuc vidi nec extare puto. Operationes autem singulorum proprias, quò facilius memoria teneantur, subiectis versibus explicui.*

## Trium canonum versus.

*Lex erit in primo, numerum quem linea fecit*
*Dimidio quadrata sui, numero cōiungere: post hæc*
*Summa latus præbet numerum qui quæritur: inde*
*Dimidio dempto numeri, quem linea signat.*

*Ex hac lege canon voluit mutare secundus,*
*Vt lateri iungas numerum quem primus ademit.*

*Tertius ex numero quem dimidiata reliquit*
*Linea multiplicans, numerum deducere quærit.*
*Post hoc & à reliquo lateris quod sumitur infert*
*Linea dimidio, si tollas feceris idem.*
*Quod quamuis summus Lucas non vidit in arte.*

*An*

# An in quadratura canones compoſiti plures tribus commodè fieri poſsint.

*DIſputans Lucas de compoſitis canonibus aſſerit, non plures tribus fieri poſſe. Cui ſententiæ Cardanus in opere, quod paulò ſuprà memoraui, non verbis ſolùm, ſed re ipſa valde repugnat. Totum enim librum prodigioſa canonū multitudine conſtipauit, capitulorum nomine vocans, atque diſtinguens, in primitiua, deriuatiua, imperfecta, particularia, maiora, ſingularia, & multis modis aliter, atque nominibus, velut in fruſtula ſecans congerit in aceruos. Hoc autem quale ſit, nec præter rem, nec erit inſpicere vanum. Opinionem ſuam Lucas ea ratione fundabat, quòd videret compoſitionem canonum circa tres ſolùm quantitates verſari, quæ ſunt numerus, linea, ſuperficies, & in vna trium ſingulos finiri, vnde differunt inter ſe et operis formam diuersè capiunt. Propterea non poſſe fieri, vt quantitatum ſuarum triadem excedant. Intelligebat etiam regulas huiuſmodi, non tam ad communis vſus neceſſitatem, quàm ad meditationem ſubtilitatis inuentas. Quæ cùm circa diſciplinas*

*nas pateat in immensum, nisi certis legibus intra modum exerceatur, magis est onerosa quàm vtilis, nec tam excitat, quàm obruit ingenium. Propter hoc igitur Euclides Geometriæ parens, linearum quæ dicuntur irrationales videns infinitatem, quam vltima decimi propositione monstrauit, materiem totam intra species linearum tredecim conclusit, quas ad vsum Geometricum sufficere, nemo vnquam sanæ mentis (vt puto) dubitauit. Cardanus autem in suis sese capitulis vltra terminos Euclidis efferens, per quantitates trium, & quatuor, plurium ve nominum, multis etiam adiectionibus, & detractionibus intricatas, quæsitum magis implicat quàm soluit. An verò semper intra verum consistat, nihil impresentiarum attingo. Huc accedit quòd particularia plurimùm sectatur, quorum est infinita multitudo, et exageratio ridicula, nulliúsque momenti. Cùm autem demonstrationes ad multa satis afferre laboret, nullam tamen adhuc legitimè procedere, vel concludere vidi. Dicamus itaque tres istos canones super quantitatibus totidem compositos, vnà cum simplici, ad vsum logisticum, & exercitationem solertiæ, satis abundéque sufficere. Nouos autem, quales fecit Cardanus, & alij, quos citat, hoc est vanos, imperfectos, implicitos, particulares, nõ dico multos, sed infinitos posse constitui. Et quò quisquis magis erit corrupto iudicio,*

*cio, & artis methodon minus intelligens, hoc illi procliuius fiet, ad istum modum abuti literis, atq; barbariem inferre disciplinis.*

*Quomodo autem canones ad irrationaliũ quadraturam accommodentur, cùm non sit huius instituti, in alio quod adhuc cuditur opere, si Deus vitam, & ocium dederit, ostendam.*

## De regula quantitatis.

*SVpereſt aliud ratiocinandi genus, vulgò dictum Regula quantitatis, quadantenus ſimile quadraturæ, vna tamen poſitione non abſoluitur, ſed duabus, aut tribus, pluribúſve, minimùm autem duabus. In huius proſequutione formam à Luca, & Stephano, aliiſque cõmuniter poſitam ipſe non ſequar, cùm ſit omnium moleſtiſsima, captuq; difficilis. Sit ergo propoſitum.*

Duos numeros inuenire, quorum primus cum ſemiſſe ſecundi faciat triginta: Secundus cum primi triente viginti.

*POne primum eſſe* 1 *A, & ſecundum* 1 *B. Habes igitur* 1 *A,* $\frac{1}{2}$ *B* [ 30. *Item* 1 *B,* $\frac{1}{3}$ *A* [ 20. *Et æquationem ſecundam faciendo habebis* 2 *A,* 1 *B* [ 60. *Item* 3 *B,* 1 *A* [ 60. *Multiplica*

2 *A*

*2 A, 1 B [ 60 singulatim in 3, fit 6 A, 3 B, [ 180. Ex his detrahe 1 A, 3 B [ 60, restat 5 A [ 120 ]. Partire in 5, prouenit 24, qui primus est numerus ex quæsitis. Ex numero 30 aufer 24, residuum fit 6, quod est dimidium secundi, quare ipse est 12. Sunt igitur duo numeri 24, & 12, quos oportuit inuenire.*

Tres numeros inuenire, quorum primus cum triente reliquorum faciat 14. Secundus cum aliorum quadrante 8. Tertius item cum parte quinta reliquorum 8.

*Pone primum esse 1 A, secundum 1 B, tertium 1 C. Erit igitur 1 A, $\frac{1}{3}$ B, $\frac{1}{3}$ C [ 14. Item 1 B, $\frac{1}{4}$ A, $\frac{1}{4}$ C [ 8. Et etiam 1 C, $\frac{1}{3}$ A, $\frac{1}{5}$ B [ 8. Ex his autem æquationem secundam faciendo, habebis primam, secundã, et tertiam, quales hîc apposui. Ex tribus istis æquatiõibus aliæ, vel*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 3 A. | 1 B. | 1 C | [ 42 | 1^a |
| 1 A. | 4 B. | 1 C | [ 32 | 2^a |
| 1 A. | 1 B. | 5 C | [ 40 | 3^a |

*multiplicando, vel inuicem addendo sunt faciendæ, quousque per detractionem minorum ex maioribus relinquatur sola quantitas vnius notæ, quod fiet hoc modo. Multiplica æquationem secundam in 3, fit 3 A, 12 B, 3 C [ 96. Aufer primam, restat*

*ſtat* 11 *B*, 2 *C* [ 54. *Rurſum multiplica æquationem tertiam in* 3, *fit* 3 *A*, 3 *B*, 15 *C* [ 120. *Detrahe primam, reſtat* 2 *B*, 14 *C* [ 78. *Multiplica in* 11, *fit* 22 *B*, 154 *C* [ 858. *Item multiplica* 11 *B*, 2 *C* [ 54, *in* 2, *fit* 22 *B*, 4 *C* [ 108. *Aufer ex* 22 *B*, 154 *C* [ 858, *reſtat* 150 *C* [ 750].

3 *A*, 12 *B*, 3 *C* [ 96
3 *A*, 1 *B*, 1 *C* [ 42
11 *B*. 2 *C* [ 54

3 *A*. 3 *B*. 15 *C* [ 120
3 *A*. 1 *B*. 1 *C* [ 42
2 *B*. 14 *C* [ 78

22 *B*. 154 *C* [ 858
22 *B*. 4 *C* [ 108
150 *C* [ 750]

*Partire in* 150, *prouenit* 5, *qui eſt tertius numerus C. Cùm iam inueneris* 1 *C valere* 5, *ex æquatione, quæ eſt* 2 *B*, 14 *C* [ 78, *aufer* 14 *C, hoc eſt* 70, *fit reſiduum* 8, *quod valet* 2 *B*, *eſt igitur* 4 *ſecundus numerus B. Vt autem habeas primum ab æquationis tertiæ numero* 40, *detrahe* 5 *C*, & 1 *B*, *hoc eſt*, 29 *fit reſiduum* 11, *qui primus eſt numerus A. ſunt itaque tres numeri* 11. 4. 5, *quos oportuit inuenire.*

*Aliter etiam, pauca mutando*, & *expeditius propoſitum habebis. Diuide* 2 *B*, 14 *C* [ 78, *per æqualia, fiet* 1 *B*, 7 *C* [ 39]. *Partire* 39 *in* 7, *prouenit* 5, *cum reſiduo* 4, *qui ſunt duo numeri, tertius*

*C*, &

*C, & secundus B. Et ita cùm in æquatione postrema, ex duobus numeris antecedentibus, alter fuerit monas, residuum, & proueniens erunt duo ex quæsitis numeris. Quod tamen aliquando fallit, sed rarissimè. Multis præterea modis super factis æquationibus ratio procedet, quorum erit vtilior studiosis inuestigatio propria, quàm aliena traditio.*

Data summa qualibet, tres numeros inuenire, quorum primus cum semisse, secundus cum triente, tertius cum quadrante reliquorum eam summã singuli constituant.

*Esto data summa* 17. *Pone primum ex numeris quæsitis esse* 1 *A*, *secundum* 1 *B*, *tertium* 1 C. *Erit igitur* 1 *A*, $\frac{1}{2}$ *B*, $\frac{1}{2}$ C [ 17. *Item* 1 *B*, $\frac{1}{3}$ *A*, $\frac{1}{3}$ C [ 17. *Et etiam* 1 C $\frac{1}{4}$ *A*, $\frac{1}{4}$ *B* [ 17. *Et per æquationem secundam, habebis, sicut hic ordine collocaui, tres æquationes, quas ita tractabis. Multiplica tertiam in* 2, *fit* 2 *A*, 2 *B*, 8 C [ 136. *Subducito primam, remanet* 1 *B*, 7 C [ 102 ] *partire in* 7, *proueniet* 13 *cum residuo* 11, *qui sunt duo numeri, tertius C, & secundus B. Vt habeas primum, ab æquationis tertiæ numero* 68, *detrahe* 4 C, 1 *B*, *id est*,

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 *A*. | 1 *B*. | 1 C | [ | 34 |
| 1 *A*. | 3 *B*. | 1 C | [ | 51 |
| 1 *A*. | 1 *B*. | 4 C | [ | 68 |

63,

*63, relinquitur 5, qui primus est numerus A. Habes itaque tres numeros 5. 11. 13, quales oportuit inuenire.*

*Si autem volueris ad postremam æquationem calculum perducere, in qua sit vnius solùm notæ numerus. Multiplica æquationem secundam in 2, fit 2 A, 6 B, 2 C [ 102. Detrahe primam, restat 5 B, 1 C [ 68. Multiplica 1 B, 7 C [ 102, in 5, fit 5 B, 35 C [ 510, aufer 5 B, 1 C [ 68, fit residuum 34 C [ 442 ]. Partire in 34, prouenit 13, qui tertius est numerus C. Reliquos inuenies more iam dicto. His compertis, si summam mutare libeat, vtpote in 85, per Regulam ita facies. Si 17 fit 85, quid 5? quid 11? & quid 13? Operare, & inuenies tres numeros, scilicet 25. 55. 65, propositi qualitate prioribus similes.*

Quatuor numeros inuenire, quorum primus cum semisse reliquorum faciat 17. Secundus cum aliorum triente 12. Tertius cum aliorum quadrante 13. Quartus item cum aliorum sextante faciat 13.

*Pone primum esse 1 A, secundum 1 B, tertiũ 1 C, quartum 1 D. Erit igitur 1 A, $\frac{1}{2}$ B, $\frac{1}{2}$ C, $\frac{1}{2}$ D [ 17. Item 1 B, $\frac{1}{3}$ A, $\frac{1}{3}$ C, $\frac{1}{3}$ D [ 12. Itẽ 1 C, $\frac{1}{4}$ A, $\frac{1}{4}$ B $\frac{1}{4}$ D [ 13. Et etiam*

1 D, $\frac{1}{6}$ A, $\frac{1}{6}$ B, $\frac{1}{6}$ C[ 13. *Et æquationem secundã faciendo, erũt quatuor, quas hîc ordinatim posui. Multiplica æquationem secundã in* 2, *fit* 2 A, 6 B, 2 C, 2 D [72, *aufer primam, restat* 5 B, 1C. 1 D[38. *Rursum multiplica æquationem quartã in* 2, *fit* 2 A, 2 B, 2 C, 12 D [156. *Aufer primã, restat* 1 B, 1 C, 11 D [122. *Multiplica in* 5, *fit* 5 B, 5 C, 55 D, [610. *Aufer* 5 B, 1 C, 1 D[38, *remanet* 4 C, 54 D[572].

2 A. 1 B. 1 C. 1 D[34
1 A. 3 B. 1 C. 1 D[36
1 A. 1 B. 4 C. 1 D[52
1 A. 1 B. 1 C. 6 D[78

2 A, 6 B, 2 C, 2 D [72
2 A. 1 B. 1 C. 1 D[34
5 B. 1 C. 1 D[38

2 A. 2 B. 2 C. 12 D[156
2 A. 1 B. 1 C. 1 D[34
1 B. 1 C. 11 D[122

5 B. 5 C. 55 D[610
5 B. 1 C. 1 D[38
4 C. 54 D[572]

*Partire in* 54, *ita tamen vt partitor sub numero partitionis semel tantũm disponatur, prouenit* 10, *qui quartus est numerus D. Item residuum partitionis, quod est* 32, *partire in numerum C, qui est* 4, *prouenit* 8, *qui tertius est numerus C. Vt autem habeas secũdum, ex æquationis, quæ est* 5 B, 1 C, 1 D, *numero* 38, *aufer* 1 C, 1 D, *hoc est* 18, *fit residuum* 20, *quod valet* 5 B, *quare*

*quare 1 B valet 4, qui secundus est numerus B. Primus habebitur, si ex æquationis secundæ numero 36 abstuleris id quod iam inuenisti valere 3 B, 1 C, 1 D, hoc est 30, fit residuũ 6, qui primus est numerus A. Sunt igitur quatuor numeri 6.4.8.10. quales oportuit inuenire.*

*Aliter etiam, & breuius operatio fiet. Quære differentiam æquationis primæ ad quartam, et inuenies 1 A, 5 D, 44. Ergo 5 D valent 1 A, P 44. In æquatione secunda aufer 1 A, & adde 5 D, et 44, fit 3 B, 1 C, 6 D [ 80. Partire 80 in 6, ita tamen, vt partitor 6 semel tantũ collocetur sub 80, prouenit 10, qui quartus est numerus D, et ex partitione residuum 20, valet 3 B, 1 C. Item ab æquationis secundæ numero 36, aufer 3 B, 1 C, 1 D, hoc est 30, restat 6, qui primus est numerus A. Rursum ab æquationis primæ numero 34, aufer 2 A, 1 D, hoc est 22, fit residuum 12, quod valet 1 B, 1 C. Sed iam inuenisti 3 B, 1 C valere 20, aufer 1 B, 1 C, id est 12, residuum 8 valet 2 B, quare 1 B valet 4, qui secundus est numerus. Iterũ ex numero 12, qui est 1 B, 1 C, aufer 1 B, quod est 4, restat 1 C, qui est tertius numerus 8. Ex his itaque, sicut ex præcedentibus, habes quatuor numeros quæsitos 6.4.8.10.*

*Alia etiam via ratio procedet, in hunc modum. In æquatione tertia pone 5 D, P 44, et deme 1 A,*

*fit 1 B,4 C,6 D [ 96. Partire in 6, more iam dicto, prouenit 10, quartus numerus D, cum residuo 36, quod est 1 B,4 C. Ab æquationis tertiæ numero 52, aufer 1 B,4 C,1 D, quæ iam inuenisti valere 46, restat 6, qui primus est numerus A. Rursum ab æquationis primæ numero 34, detrahe 2 A,1 D, hoc est 22, fit residuum 12, quod valet 1 B,1 C. Inuentum est autem 1 B,4 C valere 36, sublatis igitur 1 B,1 C, quæ sunt 12, ex 36, remanet 24, quæ sunt 3 C. Ergo 1 C valet 8, qui tertius est numerus C. Demito 8 ex 12, restat 4, qui secundus est numerus B. Habes igitur hoc modo, sicut antea, quatuor qui quæruntur numeros, 6.4.8.10.*

*Si cui modus iste calculi videatur obscurior in hac regula, cuius est etiam rarior vsus, certò sciat alium cōmuniter vsurpatum longè plus afferre molestiæ, multóq; difficilius capi. Innata enim rebus ipsis obscuritas arte quidem leuari potest, tolli autem nullo modo.*

*Lib*

# LIBER QVARTVS.

*LIBRIS superioribus iactis veluti fundamentis, pars operis nunc superest sanè pulcherrima, ipsáque subtilitatis exercitatione fructuosa. Vbi logisticæ quæstiones, non solis numeris proponuntur, Arithmeticorum instar problematum, sed rebus variis applicãtur, quæ vel ad vsum vitæ, vel ad meditationem ingenij, aut ad vtraque simul pertineant. Nam et regularũ vsus, cum earum sedes, vel rei natura, vel arte propositi sunt in occulto, non aliter melius, aut vtilius doceri potest, quàm ipsa vestigationis varietate multiplici. Magna etiam traditionum particularium copia, vnà cum ipsis sese quæsitis aperit. Ad hæc autem non via Logisticorum trita communiter incedam, qui multitudine quæstionum libros exagerant, eandem sæpius speciem, aliis, atque aliis, mercaturis tanquam diuersum applicantes. Vt etiam*

*fraudes mercimoniorum, & imposturas, vsurarúmque modos diligenter instituãt. Quem abusum ipse non sequar, sed inuentionum species necessarias, & in quibus aliquid industriæ subtilioris, artificiique consistit quæstionibus diuersis, magis quàm multis ostendam. Neque enim mercatores, sed Logisten instituo. Qui posteaquàm in his fuerit exercitatus, quoquo se vertat, artem explicabit facillimè. Quantumlibet igitur quisquis studio naturáque valebit, materiam hic inueniet, in qua, & neruos ingenij dignè contendat, & industriam solerter oblectet.*

## Quæstio I.

Quingenti milites stipendio semestri Aureos nouem millia capiunt. Quæro secundùm eam rationem, milites ducenti, quadrimestri spatio, quot Aureis stipendiari debeant?

*Quære primùm stipendium quingentorum militum in vno mense, disponendo Regulã. Si menses 6, dant aureos 9000, quid mensis 1? Operare, & habebis Aureos 1500. Dic iterum, Si milites 500 vno mense capiunt Aureos 1500, quid milites 200? Inuenies operando, Aureos 600: Quos*

*Quos multiplicans in menses 4, facies Aur. duo millia quadringentos, stipendium quadrimestre militum 200. Quod erat quæsitum.*

*Aliter. Multiplica militum numeros separatim, in suos cuiusque menses, hoc est 500, in 6. Et 200 in 4, habebisque 3000, & 800. Fingens itaque numeros istos esse milites, dispone Regulam. Si milites 3000 capiunt Aureos 9000, quid milites 800? Operare, & inuenies 2400, sicut in numeratione priori.*

## Quæstio 2.

Dum frumenti modius emitur Nummis quatuor et viginti, pistor eos panes, qui venduntur Asse singuli, facit vnciarum pondere quindecim. Aduenit autem annonæ caritas, sic vt staret modius Nummis duobus et triginta. Quæro, ad quot vncias minui debet panis qui venditur Asse?

*EX institutione ac lege pistorica quantùm crescit annona pretio, tantùm decrescunt ad incrementi rationem pondere panes, quorum idem manet pretium. Ad hoc itaque disponi Regula solet, vt fiat sicut antecedens ad antecedens, ita & consequens ad consequens. Hoc est, sicut pretium*

*maius ad pretium minus, ita & vnciæ plures ad vncias pauciores. Dicunt igitur: Si pretium 32 fit 24, quid vnciæ 15? Inueniuntur operando vnciæ vndecim cum quadrante. Ad quos minuitur panis qui venditur Asse. Et sic formulam istam calculi scriptorum vulgus prosequitur. Sed parum quidem legitimè. In hoc enim decipiuntur, quod operas & impensas panificij ad exactam rationem non intelligunt esse necessarias. Quæ tametsi variè secundùm loca taxentur, semel tamen constitutæ vicissitudinem annonæ quamlibet eodem valore subsequi debent. Velut in proposito, vt soluatur rectè quæsitum, ponamus operas cum impensa panificis in frumenti modium municipali lege taxari ad Nummos octo. Igitur ad vtrunque preciorum 32 et 24 adiici debet numerus 8, fiéntque pretia 40 & 32. Quare dispositio Regulæ vera sic erit. Si prætium 40 fit 32, quid vnciæ 15? Operare & habebus vncias duodecim, ad quas minui debet panis qui venditur Asse. Videmus itaque computationem istam in singulis panibus vnciæ dodrante superare priorem. Et talis excessus in maiori differentia pretiorum annonæ incremēto semper maiore pistorum commodo, procedit. Cauendus igitur est error, non solùm quia turpis, sed & quia reipublicæ damnosus. Si verò conuersim quæstio fiat, ponendo modium ex Nummis 32 decreuisse ad 24;*

&

*& scire velis vnciæ duodecim ad quem numerum crescant. Additione facta sicut prius Nummorum. 8 ad pretia frumenti, ita ratiocinandum. Si 32 decreuit ex 40, vnde 12. Operare et inuenies vncias quindecim. Quod erat ex conuersione quæsitum. Hac etiam via datis ponderibus, dabuntur & pretia legitimè.*

## Quæstio 3.

Tres simul adolescentes viam progressi, de viatico suo conferunt in prandium communiter. Primus quidem panes quatuor, et cariotas viginti. Secundus panem vnum, cũ vino, quod emerat Denariis duobus et triginta. Tertius cariotas octo, et panes septẽ. Cùm iam discubitum esset cœptúsque apponi cibus, superueniens Quartus, collationẽ suam caseum Lunensem adiecit. Exacto prãdio, subductáque ratione, compertum est, æqualiter omnes symbola dedisse. Quæro, quanti fuit panis, caseus, et cariota separatim.

*Ratiocinium ita facies. Quoniam proponitur à singulis esse collatum æqualiter, sublatis panibus quatuor, ex septem, & cariotis octo, ex*

*viginti, manifestum est tres panes, æquari pretio cariotis duodecim. Nam si ab æqualibus auferantur æqualia, quæ relinquuntur erunt æqualia. Valet igitur Primi collatio panes nouem. A quibus vno sublato, quem contulit Secundus, restant panes octo, æquales vini pretio, quod est Denariorum 32. Valet igitur panis vnus Denariis quatuor. Adde ad vini pretium, fit Denar. 36, qui valor est symboli vniuscuiusque. Aufer panes quatuor, hoc est, Denarios sexdecim, à symbolo Primi, restant Den. viginti pro cariotis totidem. Valet igitur panis Den. quatuor, cariota Denario. Caseus Den. trigintasex. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 4.

Tres in cœnam conuictores symbola cōferunt huiusmodi. Primus quidem duos panes, & pisces ad Nummos septem. Secundus autem quatuor panes, & quinque Nummos ad condimenta. Tertius verò panem vnum, & præterea vinum ad Nummos octo. Ineūte cœna superuenit Quartus, qua peracta, comperitur ex supputatione symbolum debere Nummorum duodecim. Quæro, quid ex hac collatione Quarti debeatur singulatim, Primo, Secundo, & Tertio?

*Ineun*

*Ineunda est autem hoc modo ratio. Quoniam symbolum Quarti supputatur ad Nummos duodecim, valent symbola quatuor Nummis quadraginta octo. Aufer ab hac summa Nummos vini, condimentorum, & piscium. Videlicet, octo, quinque, & septem, restant Nummi vigintiocto. Tanti ergo fuerunt panes septem, quos tres contulerunt. Quare panes duo, cum piscibus Nummorū septem (quod fuit symbolum Primi) valent Nummos quindecim. Igitur & symbolum secundi (scilicet quatuor panes, & nummi quinque pro condimentis) erit Nummorum 21. Et tertij Nummorum duodecim. Quarti autem symbolum Nummorum est etiam duodecim. Vt ergo fiant æqualia inuicem symbola trium, Primo debentur ex collatione Quarti, Nummi tres, Secundo nouem, Tertio nihil. Quod erat quæsitum,*

## Quæstio 5.

Fabri quatuor sibi succedentes inuicem, domum septem et septuaginta diebus absoluerunt, mercede diuersa fabricantes. Primus enim diurnas operas locauit singulas, duobus Sestertiis, Secundus tribus, Tertius quatuor, Quartus quinque. Euenit tandem opere facto, vt eandem quisque summam pecuniæ reportarit ex mercede. Quæro, quot quisque dies seorsum in ea domo fabricauit?

*Nihil aliud propositum habet quàm numerū septuaginta septem, in quatuor partes ita diuidere, vt prima, si ducatur in 2, tantundem producat, quantum secunda, si ducatur in 3. Et tertia in 4. Et quarta in 5. Ad hoc autem adhiberi potest numerus quilibet. Sed vt particularum molestia vitetur in opere, perquiratur talis numerus, quem 2. 3. 4. 5 metiantur. Duc itaque 2 in 3, fit 6, & iterum 6, in 4, fit 24. Postremo 24, in 5, fit 120. Qui numerus est qualis quæritur. Partire 120, in numeros Sestertiorum ordinatim, hoc est, in 2. 3. 4. 5, prouenientque quatuor numeri, 60. 40. 30. 24. Quos adde simul, fit 154. Dispone Regulam, Si 154 essent 77, quid 60? quid 40? quid 30? quid 24? Operare, & habebis quatuor numeros 30.20.15.12, qui simul iuncti faciunt 77. Dicemus igitur operas diurnas Primi esse triginta. Secundi, viginti. Tertij, quindecim. Quarti, duodecim. Quod erat quæsitum. Fuit autem singulorum merces Sestertiorum sexaginta. Probationem experimento facere promptum est.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Si, 145, 77, 60? 30. | | | | |
| 40? 20. | | | | |
| 30? 15. | 30 | 20 | 15 | 12 |
| 24? 12. | 2 | 3 | 4 | 5 |
| | 60 | 60 | 60 | 60 |

*Quæst*

## Quæstio 6.

Amphora vini posita magni tres potatores, dispari tamen bibacitate conuenerunt. Primus enim, amphoram solus hausisset, horis quatuor et viginti. Secundus, duodecim. Tertius, octo. Quæritur, quot horis ipsi tres simul potitando potores amphoram exhauriant.

*Huiusmodi vestigationem Lucas, per vnam positionem fieri dixit, nec tamen explicat, operis exemplo. Et etiam alibi, quæstionem similem repetens, modo diuerso, circuitúque longo procedit. Quem alij ferè sequuntur. Ego autem sic. Collige primùm, ex temporis ratione, bibacitatis differentiam inter potores. Cùm enim Secundus horis duodecim, & Tertius horis octo, tantum vini consumant, quantum Primus horis quatuor & viginti, manifestum est, Secũdum bibendo valere duos, eodem tempore, qualis est Primus. Et Tertium similiter valere tres. Quæ quidem ratio perinde facit, ac si vnus, duo, & tres, hoc est sex compotores æquè vinosi, ad amphoram simul conueniant, quam vnus ipsorum quilibet solus exhauriat horis 24. Quare patet, tempus vnius, in sex partes æqualiter distribuendum. Vt autem inuentas rationis iam*

*dictæ*

*dictæ numeros, partire semper maximum tempus, in alia minora separatim, eruntque prouenientia, numeri in ratione quæsita. Ad quos semper additur monas. Exempli gratia, Partire horas 24, in 12, & in 8. prouenit 2, & 3, adde 1, fit 6. Diuidens igitur 24 in 6, habebis horas quatuor, quibus tres simul potores amphoram ebibant. Quod erat quæsitum.*

*Aliter. Finge tres horarum numeros, 24. 12, 8, esse tres particulas, singulis monade superposita, intersecante virgula, sic* $\frac{1}{24}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{8}$. *Quas adde simul, fit* $\frac{1}{4}$. *Et talis particulæ denominator, in suum numeratorem partiri debet. Velut in hoc loco, 4 in 1, prouenit 4, sicut ex operatione priori. Hæc autem, vt est fortasse compendiosior, ita & intelligentiam magis habet in occulto.*

## Quæstio 7.

Tres architecti, vnusquisque cũ suo grege fabrorum, conuenientes, absolutionẽ ædificii pacti sunt. Primus quidem, ad aliquot menses, Secundus, paucioribus dimidio, Tertius paucioribus adhuc tertia parte, quàm Secundus. Tandem verò, vnà simul omnes opus aggressi, domum absoluerunt, intra duos menses. Quæritur, quoto quisque mẽse singulatim, ędificationẽ istã peregisset?

Con

Conuersionem à præcedenti facit hæc quæstio, in qua cum dicatur Secundus architectus paucioribus dimidio mensibus, opus absoluere quàm primus. Pone pro tempore Primi, quod est maximum, quemlibet mensium numerum, vtpote 6. Erunt igitur pro Secundo, menses 3, & pro tertio 2. Partire 6 in 3, & in 2, erunt prouenientia, 2, & 3. Quæ simul iuncta faciunt 5. Adde 1, fit 6. Habes itaque secundũ formulam datam in præcedenti, sex architectos inuicem æquales. Quorum opus in proposito datur absolui, intra duos menses. Numerus ergo mensium Primi, talis est, quo diuiso in 6, proueniat 2. Quem vt inuenias, multiplica 6 in 2, fit 12. Dicemus igitur Primum ex architectis, per se solum ædificationem absoluere potuisse, duodecimo mense. Quare & Secundum, mense sexto, & Tertium, quarto. Quod erat quæsitum.

Lucas simile quiddam, sed vitiosè proponit, hoc modo. Tres socij domum ædificant. Primus quidem, per se solus opus absolueret, intra dies aliquot, Secundus verò, diebus sex tardius, Tertius autem biduo tardius à secundo. Et tres simul ædificãtes, domum biduo perficiunt. Quæritur, quoto die, istorũ vnusquisque separatim, domum perficeret? Multa concurrunt hìc in vnum vitia. In primis enim turpis est error in propositione, propter dierum constitutiones incertas. Vnde, non vno modo stabili, inter

oper

*operarios differentia colligi potest. Etenim si posue ris, à Primo domum perfici octo diebus, Secundus perficiet diebus quatuordecim, & Tertius sexdecim. Primus igitur valet diligentia duos, qualis est Tertius, & vnum cum dodrante, qualis est Secundus. Rursum positione mutata, si Primus ad perficiendum dies habuerit 6. Secundus habebit 12, & Tertius 14. & sic Primus, non minus quàm duos (sicut anteà) qualis est Secundus, & plus quã duos, qualis est Tertius operando valebit. Videmus itaque propter modum positionis incertum, nihil ad responsum certi posse constitui. Et ex hoc semper sequitur solutio falsa, vel incerta, prout est quam posuit Lucas. Quamquam & alio quoque morbo laborat., quod in binomia cadit. Quoniam facta est inuestigatio per quadraturam, qui modus non est in hac quæstione legitimus, sicut nec in alijs etiam multis: sed quem affectatione quadam præpostera subtilitatis, nimium multi sectantur. Vnde frequenter tam se ipsi quàm alios fallunt.*

## Quæstio 8.

Nauis instructa maiori velo, ab Hostiẽsi portu Massiliam nauigat, octo diebus. Addito autem minori velo, idem facit quinque diebus. Quæritur, si maiori velo sit exarmata

ta,relicto minore,quoto die cursum eũdem perficiat?eodem flatu perseuerante.

*HIc attende, quòd dum velo maiori, nauigatio cõpletur per octo dies, pars cursus octaua quotidie perficitur. Quare per id tempus quinque dierum, quibus expletur tota nauigatio, duobus velis, maius per se velum, de via tota conficit quinque octauas. Minus ergo velum perficit residuum, quæ sunt tres octauæ. Dispone Regulã. Si* $\frac{3}{8}$ *itineris, 5 dies absumunt, quid totum iter, hoc est 1? Partire 5 in* $\frac{3}{8}$*, & habebis 13* $\frac{1}{3}$*. Respondebis itaque nauigationem expleri, minori velo, diebus tredecim cum triente. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 9.

Tribuni tres,habito delectu,legionem ita conficiunt, vt duo seorsum à Primo, milites habeant,quatuor millia nongentos.Duo au tem,præter Secundum,tria millia septingen tos sexaginta.Duo præterea sine tertio,quatuor millia sexcẽtos sexaginta.Quęro quot separatim milites,quisq; tribunorũ legerit?

*IN hac vestigatione, documentum hoc habebis, vt primùm ipsi, prout iacent numeri, colligatur in vnum, hoc est 4 900, 3760, 466 0 fit summa*

*13320. Quæ quidẽ duplo maior est, quàm sit militum numerus. Propterea partiatur in 2. Prouenit 6660. Vnde subtrahi debent singulatim summæ iam positæ. Quarum prima fuit 4900. Restat 1760, pro multitudine militum Primi tribuni. Et sic de aliis. Respõdebis igitur. Primum tribunorum legisse milites, mille septingentos sexaginta, Secundum duo millia noningentos, Tertium duo millia. Quod erat quæsitum.*

*Si autem fieret quæstio de quatuor tribunis, summa primùm collecta partiri debet in 3. Quoniam ipsa triplicatur supra verum, & si de quinque quadruplicatur. Et ita deinceps.*

## Quæstio 10.

Si oua quinque valent pomis triginta, et poma nouem, pyris duodecim, et centum pyra, Denariis vigintiquinque. Quæro, quanti sit ouum?

*IN hac specie, regulam disponere ter oportet. Primùm sic, Si poma nouem, valent pyris 12, quid poma 30? Operare & inuenies pyra 40. Et tanti sunt oua quinque. Dic iterum, Si pyra 40, valent ouis 5, quid pyra 100? Operare & inuenies oua $12\frac{1}{2}$. Ad postremum dicito. Si oua $12\frac{1}{2}$, valent denarios 25, quid valet ouum? Inuenies operando*

*rando, Denar. 2. Et tanti fit ouum in proposito. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 11.

Quidam ouorum sportam mercatus est, datis in hexades singulas Denariis septem. Vendẽs autem postmodum heptades singulas Denar. decem lucrum fecit Denariorum octoginta octo. Quæro, et ouorum numerum in sporta, et Denariorũ quibus empta sit?

*Hic etiam opus est Regulam tertiò disponere. Imprimis hoc modo. Si oua 6, valent Denarios 7, quid oua 7? Operare & inuenies 8 $\frac{1}{6}$. Vendens autem ouorum heptades singulas Denar. 10, super ouis 7, lucratur Den. 1 $\frac{5}{6}$. Dic igitur. Si lucrum Den. 1 $\frac{5}{6}$, fit super ouis 7, vnde lucrũ Den. 88? Operare & inuenies tercentum triginta sex, qui fuit ouorum numerus in sporta. Vt autem scias, quot denariis empta sit. Dispo. Reg. Si oua 6, constant Den. 7, quanti oua 336? Inuenies operando 392. Dicendũ igitur ouorum numerum in sporta fuisse ter centum triginta sex. Preciũ verò Denarios tercẽtũ nonaginta duos. Quod erat quæsitũ.*

## Quæstio 12.

Quidam emptis aliquot pomis, paria

singula permutauit, nucibus decem, quarũ centurias singulas postea vendens, Nummis duodecim, inuenit se lucrifecisse quintam partem suæ sortis. Quęro, quanti fuit pomũ?

*AD inuestigationem hanc, necesse est primũ quærere sortem Nummorũ 12. Quæ quidem, sicut proponitur, ad lucrũ est quincupla. Aufer igitur ex 12 sextam partem, quæ est 2, restat 10, quæ sors erit vnius centuriæ nucum. Dic ergo, Si nuces 100, valent Nummos 10, quid nuces 10? Operare & inuenies Nummum. Sed decem nuces sunt permutatæ pomis duobus. Valent igitur duo poma Nũmo. Dic iterum: Si poma 2, valent Nũm. 1, quid pom. 1? Inuenies nummi semissem. Et pomũ fuit tanti. Quod erat quæsitum,*

## Quæstio 13.

Quidam nucibus emptis, eas amigdalis totidem permutauit, restituens ad centurias singulas Denarios decẽ. Vendens autẽ amigdalorum pentades singulas Denario, inuenit se lucratum partem vndecimam suæ sortis, hoc est Denarios viginti. Quæro, quot nuces emptæ sint, et quanti?

*INquire primo loco, quanti venundentur amigdala 100, disponendo Regulã. Si amigdala 5, vene*

*veneunt Den.1, quanti amigd.100? Inuenies Den. 20, pro sorte simul, & lucro amigdalorum 100. Quorum lucrum secundùm ea quæ proponitur, est pars vndecima sortis. Igitur partire 20 in 12, prouenit 1 $\frac{2}{3}$, quod est lucrum, aufer ex 20, restat 18 $\frac{1}{3}$, pro sorte amigd.100. Sed totius venditionis lucrum est Den.20. dic igitur. Si lucrum 1 $\frac{2}{3}$, venit ex amigd.100, vnde 20? Operare & inuenies amigd.1200. Quare et nuces totidem emptæ sunt. Quarum pretium sic inuestigabis. Iam inuenisti, super amigd.100, precium, hoc est sortem, esse 18 $\frac{1}{3}$, vnde pro restitutione facta, debet auferri 10, restat 8 $\frac{1}{3}$, quæ est sors pro nucibus 100, Dic ergo. Si nuces 100 precium habent 8 $\frac{1}{3}$, quid nuces 1200? Operare & inuenies Den. 100. Dices igitur emptas esse centum viginti nuces Denarius centum. Quod erat quæstio.*

## Quæstio 14.

Titius aliquot mala citrea comparauit, sic vt starent pentades singulæ Denariis septem. Fuit autem totius emptionis multitudo, citreorũ, dico, cum Denariis simul, quadringenta viginti. Quæro, Denarios separatim a citreis?

*Hic nihil habes expeditius quàm ex multitudine 420, facere duas partes, quarum*

*sit iter se ratio, sicut 7 ad 5. Dic igitur, Si 7 & 5, hoc est 12, fiant 420, quid 7? & quid 5? Operare & inuenies 245, & 175. Qui numeri simul faciunt 420. Respondebis itaque emptionis Denarios fuisse ducentos quadragintaquinque: citreæ verò centũ septuagitaquinque. Quod erat quæsitum.*

*Si*, 12, 120, 7? 245.
5? 175.
420

## Quæstio 15.

Tres pecuarii communiter pascuum locauerunt, Aureorum mercede sexaginta. In quo Primus suum gregem ouium centũ viginti, in pastione tenuit, diebus quinquaginta: Secundus centum triginta oues, diebus vigintiquinque: Tertius oues ducentas, diebus viginti. Quæro, quotam mercedis partem singuli debeant?

*Multiplica singulorum oues in suum tempus hoc est, 120 in 50, & 130 in 25. & 200 in 20. Fient tria producta 6000, & 3250, & 4000. Adde simul, fit 13250. Dispo. Regu. Si, 13250 debẽt aureos 60, quid 6000? quid 3250? quid 4000? Operare & inuenies à primo deberi*

*Aur*

*Aureos 27 $\frac{9}{51}$, à Secundo Aur. 14 $\frac{38}{51}$, à Tertio reliquum, id est, Aureos 18 $\frac{4}{51}$. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 16.

Quingenti milites in præsidio dispositi, annonam suam recensentes, inuenerunt dierum adhuc quadraginta obsidionẽ se posse perferre, si panes singulos vnciarum decem & octo, ad victum sibi diurnum viritim cõstituant. Peractis autem in hac dieta viginti diebus, acceperunt ab Imperatore suo nuncium de commeatu, si dies adhuc triginta tollerarent. Quæro ad quem modum panes vnciarum decem & octo minui debẽt, vt ad præstitutum tempus alimoniæ sufficiant?

*CVm dies 20 crescant ad 30, tempus ipsum augetur tertia parte. Quare & panes oportet minui tertia parte. Vt ex diminutione suppleatur augmentum. Dic igitur. Si dies 30, fiant 20, quid vnciæ 18? Operare & inuenies vncias duodecim, qui modus est ad quem panes redigantur, Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 17.

Quidam emptis pomis sexaginta, pretio

Denariorum quatuor & viginti. Et ea ipsa vendens eodem quo emit pretio, lucrum fecit vnius Denarij. Quæritur, quonam modo ipsa poma vendiderit emptor?

*Quæstionem hanc ita proponit Stephanus. Cui primum respondeo, fieri posse nullo modo, vt sit hoc verum. Posito enim emptionis pretio quolibet, si fiat vendendo quantulumcunque lucrū, excedit emptionem venditio. Et sic non erit idem vtrinque pretiū. Sed qualis sit iste παραλογισμός, non erit inspicere vanum. Si poma (inquit Stephanus) 60 emuntur Denariis 24, stabunt singula quinque poma duobus denariis. Et sic empta sunt tria poma Denario, et duo poma Denario. Emptor igitur vendens triades pomorum Denario, ad numerum triginta, & eodem numero paria singula Denario, habet denarios decem, et quindecim, hoc est, vigintiquinque. Et ita vnius Denarij lucrum fecit vendens eodem, quo emit pretio, id est, tria poma Denario, & duo poma denario. Ita tradit Stephanus. Ego autem huiusmodi vēditionem, ab emptione diuersam sic ostendo. Cùm emuntur 60 poma Denariis 24, nequaquam stabunt tria poma Denario, & duo poma Denario separatim quomodolibet. Sed ita demum, si triades singulæ, dyadibus singulis comitentur. Quod in exemplo nostro*

*stro venditionis non est factum, in qua fuerunt addi cta Denario terna poma decies, & bina poma Denario quindecies. Vnde non fuit similis emptioni venditio, quod erat demonstrandum. In hoc igitur se ipse Stephanus sophismate cõiecit in errorẽ.*

## Quæstio 18.

Famulus annua mercede conductus Aureorum decem, & vestis vnius, pretio nobis incognito, post menses quatuor dimissus à domino, vestẽ tulit pro rata mercedis. Quęro, quanti fuit vestis?

*QVoniam in quatuor mẽsibus tulit famulus vestem, pro salario, in reliquis octo mensibus Aureos decem tulisset. Dic igitur. Si menses 8 dant Aureos 10, quid menses 4? Operare & habebis Aureos quinque. Et tanti fuit vestis. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 19.

Armiger æquiti ministraturus in annum, stipendio vnius equi, cuius pretium ignoras, & Aureorum viginti, exacto bimensi tempore discesit, datis Aureis decem domino, vt equũ haberet, pro rata seruitij. Quæro, quanti fuit equus?

*SI cœptum ministerium cōtinuasset adhuc armiger, decem mensibus, Aureos habuisset viginti, & decem, quos dedit in equum. Dic igitur si menses 10, dant Aureos 30, quid menses 2? Operare & inuenies Aureos 6, pro stipendio bimestri. In cuius solutionem dedit equum miles, acceptis Aureis 10. Quare valuit equus Aureos sexdecim. Quod erat quæsitum. Probationem ita facies. Cùm per Regulam inueneris equum valere Aureos 16, adde stipendij Aureos 20, fit 36. Disp. Regu. Si menses 12, dant Aureos 36, quid menses 2. Operare & inuenies Aureos 6, sicut in dispositione priori. Quod erat probandum.*

## Quæstio 20.

Architectus officinatori suo mercedes annuas in quinquennium eo progressu constituit, vt ab Aureis quadragintaocto, continua proportione crescerent, ad Aureos, in annum quintum, ducētos quadraginta tres. Quæro, quænam fuerit merces, annis intermediis singulatim?

*EX ductu primæ mercedis 48. In quintam 243, producitur 11664. Huius tetragonitum latus, quod est 108, fit tertia merces. Et similiter ex producti primæ in tertiam tetragonico latere*

*tere 72, secundam mercedem inuenies. Et item quartam, ex producti tertiæ in quintam tetragonico latere 162. Habes itaque in ratione sesquialtera, cōtinuè proportionales quinque numeros, 48. 72. 108. 162. 243. Vnde respondebis, anni secundi mercedem fuisse, Aureos septuaginta duos, Tertij, centum & octo. Quarti cētum sexaginta duos, Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 21.

Canis stadio semotus à lepore, quinta parte velocior ipso, fugientem cursu persequitur. Quæro, intra quot stadia pertinget ad leporem?

*DAta velocitatis ratio facit, vt à lepore decurso stadio, sit item à cane stadium decursum, & quinta pars stadij. Quare spatium illud, quo distabat primùm canis à lepore, in vno stadio cursus, quinta sui parte fit breuius. Dic ergo. Si stadij $\frac{1}{5}$ minuitur in 1, intra quot minuetur 1? Operare partiendo 1 in $\frac{1}{5}$, & habebis stadia quinque, quibus decursis à lepore, canis ad ipsum pertinget. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 22.

Conuictores duodecim ad mensam sedentes in scamno, quæritur, quot modis inter

ter

ter se variis sessionis ordinē mutare possint?

*HVius mutationis indaginem sic institues. Vnus, vno modo tantum sedere potest, Duo autem, duobus, quisquis scilicet sedendo semel in primo loco, Tres verò, sexies concessum variabunt. Primo enim in suo loco manente duo reliqui sedem bis mutabunt, & reliquorum quisquis similiter, locum primum capiens, ordinem diuersum bis faciet. Et sic erit in tribus, sexies ordo mutabilis. Quare & in quatuor dispositio, quater & vigesies diuersa continget. Primo siquidem in prima sede locato, tres reliqui sese loco sexies diuersi mutabunt. Et ita deinceps, tribus reliquis per vices occupātibus primum locum, ter sexies mutabilitas erit. Ex istis igitur, in multitudinem quamlibet, regula procedet, si ducatur sessionum numerus, in eum qui proximè sequitur maior, sedentium numerum, prouenietque multitudo sessionum talis numeri. Velut in proposito: Ducatur vna sessio, in duos sedentes, prouenient sessiones duæ. Ducantur iterum sessiones duæ, in tres qui sedent, fientque sex modi sessionum, quos tres faciunt. Item ducantur 6 in 4, fient sessiones 24. Ductis præterea 24 in 5, fient 120. Et insuper ductis 120 in 6, fiēt 720. Rursum ductis 720 in 7, fient 5040. Et deinde semper, ad hanc formam, multiplicatio perducatur ad 12, prouenientque*

*que sessiones 479001600, quas modis inter se variis, conuictores duodecim sedentes in scamno facere possunt. Quod erat quæsitum.*

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 720 | 3628800 |
| 1 | 7 | 11 |
| 2 | 5040 | 3628800 |
| 3 | 8 | 3628800 |
| 6 | 40320 | 39916800 |
| 4 | 9 | 12 |
| 24 | 362880 | 79833600 |
| 5 | 10 | 39916800 |
| 120 | 3628800 | 479001600 |
| 6 | | |
| 720 | | |

## Quæstio 23.

Aleator ex ludo primùm retulit Aureos duodecim. Quibus repositis lucrum fecit secundum, proportione prioris. Et ad postremùm, simili super tota summa lucro, reportauit Aureos vigintiseptem. Quæro cũ quot Aureis à principio, lusor ad aleam venit?

*Hic nihil aliud habes quàm quatuor numeros in eadem ratione continua reperire, quorum secund*

*ſecundus ſit 12, & quartus 27. Ad hoc igitur multiplica 12 in 27, fit 324. Huius tetragonicũ latus eſt 18, quod erit medium proportionale inter 12 & 27. Diſpoſitis ergo tribus numeris 12. 18. 27, vt quartum proportionalem inuenias, per Regulam poteris operari ordine conuerſo, hoc eſt, vt primus ſit 27, & inuenies 8. Vel quod erit expeditius, cùm ſit hæc ratio ſeſquialtera, ex numero 12 ſublatis 4, reſtant 8. Inuentis itaque quatuor numeris continuè proportionalibus, qui ſunt 8. 12. 18. 27, dicendum erit, aleatorem ludo primum intuliſſe Aureos octo. Quod erat quæſitum.*

*Eſt autem quod aduertas. Niſi numeri ſecundus, & quartus ita dentur, vt inter ipſos cadat medius proportionalis, quantitas Aureorum poſita primùm non erit numerus, nec etiam lucrum ſecundum, ſed numeri non quadrati latus. Quod ſecundùm propoſitum ſtare non poteſt, quoniam omnis pecuniæ quantitas, quam re ipſa quis habet, talis eſt vt per numerum exprimi, hoc eſt numerari poſſit. Dicemus igitur, ſi fiat ita, quæſtionem malè, & ineptè proponi. Sicut in ſimili Lucas non ſolùm vitioſè proponit, ſed etiam malè ſoluit, & procul à vero. Dicit enim luſorem primo die lucratum ſex Aureos, Secundo, ad rationem primi, Tertio autem ad eandem rationem, Aureos tredecim, quærens cum quot Aureis ludum incepit? Duc (inquit) 6 in*

13, fit 78, & R 78 erunt Aurei pro lucro secundo. Post hæc autem ratiocinatione longa, molestáque procedens, inuenit positionem primam lusoris fuisse, Aur. $5\frac{1}{7}$ plus R 57 $\frac{15}{49}$. Quod omnino falsum esse, sic ostendo. Datis enim tribus quantitatibus, scilicet 13, R 78, & 6, quò facilius quartam proportionalem inuenias, duc in se 13, fit 169, item 6 in se, fit 36. Dispositis ergo tribus numeris quadratis, 169. 78. 36, inuenietur per Regulam, quartus proportionalis esse 16 $\frac{104}{169}$. Cuius latus, quod quidem minus est quàm 5, erit quantitas Aureorum lusoris quæsita. Non autem $5\frac{1}{7}$ plus R 57 $\frac{15}{49}$. Quod quidem binomium maius est quàm 12. Si autem intelligas lucra sine positionibus separatim, prout velle videtur ipse Lucas, error fiet peior priore. Ponamus exempli facilioris causa, lucrum primum, à sua positione, seu sorte discretum fuisse 12, Secundum 24, Tertium 48, quorum est subdupla ratio continuè. Verum igitur erit dicere, ipsorum positiones ordinatim fuisse, 6. 12. 24, vel 3. 6. 12, vel etiam 2. 4. 8, item 1. 2. 4. Quas siue disiunctim, siue coniunctim cum suis lucris accipias, eadem semper manebit subdupla ratio continuè. Ex his itaque manifestum est, regulam qua procedit Lucas non esse veram. Cum inde semper vel falsum sequatur, vel incertum. Et hunc errorem Cardanus sequitur, etiam in deterius, viáque

dup

*duplici. Dat enim in quæstione simili tres numeros continuè proportionales 16. 12. 9, quærens quartũ proportionalem. Deinde progressus secundùm Lucam, & etiam aliter, inuenit vtroque modo, eum qui quæritur numerum, esse 27. Quod euidenter est falsum. Inuenitur autem per Regulam talis numerus esse* $6 \frac{1}{4}$. *Visum est autem non inutile nobis, eos qui sunt apud Lucam errores indicare, quẽ Logistici vulgò tanquam ducem, quocunque præcedat, facilè sequuntur.*

## Quæstio 24.

Gaius oues triginta pecuario tradit, pacto conuento, vt post quatuor annos pecus ipsum cum incremento in partes æqualiter cedat vtrique. Et anno peracto Gaius iterũ alias oues triginta simili conditione tradit eidem. Quæro, quãtum temporis debeatur, ad custodiam totius gregis simul, vt ex conuentione pastor habeat dimidium?

*SI post quadriennium pastor pecudes 30, primùm acceptas, domino restituat, dimidium habebit ex pacto. Aliarum autem 30, quas habuit traditione secunda, ita demũm accipiet dimidium, si ad quadriennium iam expletum, adiiciat annum illũ, à cuius principio non habuit vltimas oues 30. Sed*

*Sed quoniam habet quæstio, vt sit custodia totius gregis simul necesse habet pecuarius, totum simul custodire pecus, capitum 60 vltra quadriennium. Si autem essent oues solæ 30, ipsum custodiæ tempus supra quadriennium esset annus. Quoniam igitur vltra debitum pastoris, numerus gregis ex 30 creuit ad 60, ratio deposcit, dictum anni tempus (ne pastori sit onerosum) ad eum modum decrescere, quo creuit & pecus. Creuit autem pecus altero tanto, quare & altero tanto tempus annuũ minui debet. Quod per Regulam ita facies. Si 60 creuit ex 30, vnde creuit annus 1? Operare & inuenies* $\frac{1}{2}$. *Adde ad 4, fit 4* $\frac{1}{2}$. *Erit itaque tempus, quo debet pastor totius gregis custodiam annorũ quatuor cum dimidio. Quod erat quæsitũ.*

*Ad inuestigationem hanc Lucas, Stephanus, Fortunatus, & alij, via (vt ipsi dicunt) fusionis metallorum procedunt. Quod est obscurum tradere per obscurius, & ipsius Regulæ confusio. Qua cũ vti possis, nihil est industrius, nec quod intelligentiam rei magis aperiat.*

## Quæstio 25.

Sed in proposito mutetur hoc solùm, vt ad custodiam totius gregis simul, pastor nõ teneatur, sed ex additamento pecoris, pro rata minuatur & tempus. Quæro tunc, de

quadriennio, qua ratione decrescat?

*NVlla via calculus iste facilior erit, quàm oues 30 primùm datas, in suum custodiæ tempus annorum 4 multiplicare, fientque 120. Et alias item 30, post annum datas, in reliquum tempus annorum 3, fientque 90. Adde ad 120, fit summa 210. Dic igitur, Si, 210 creuit ex 120, vnde anni 4? Inuenies operando An. 2 $\frac{2}{7}$. Debet itaque tempus ipsum quadrimæ custodiæ minui, ad annos duos cũ duabus septimis vnius. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 26.

Lucius pastori pecudum viginti custodiam tradit ad quatuor annos, pretio conuento dimidij gregis in fine temporis. Et iterum Lucius post annum, alias quadraginta, & post biennium sexaginta pacto simili tradit eidem. Quæro, quãto tempore pastor custodiam debeat, vniuersi simul gregis, vt dimidium ex conuentione lucretur?

*CAlculum istum sic institue. Post annũ quartum officij pastoralis expleti, tollitur obligatio custodiæ pecudum viginti. Et supersunt adhuc in annum quintum, ex traditione secunda, quadragenæ*

genæ, & ex vltima sexagenæ. Vt autem sit grex totus simul, adde viginti priores, fit summa centum viginti. Crescit ergo numerus pecoris, supra debitum anni quinti, quod est centū. Quare & ad eam rationē dictus annus decrescere debet. Dic igitur. Si, 120 creuit ex 100, vnde menses 12? Inuenies operando menses 10, quos solum debet ad custodiam pastor, anno quinto post quadriennium. Restat adhuc annus sextus, pro debito custodiæ capitum sexaginta, quibus adde reliquum gregis, quod est sexaginta. fit 120, incrementum scilicet ex debito 60. Dic ergo. Si, 120, creuit ex 60, vnde anni sexti menses 12? Operare & habebis tempus mensium 6, quibus adde menses 10, iam inuentos ex dispositione prima Regulæ, erunt menses 16, quibus iunctis ad quatuor annos, habebis quinquennium, & quatuor menses, tempus scilicet, quo debet pastor curam totius pecoris simul, vt dimidium lucretur. Quod erat quæsitum.

Aliter, & erit probatio. Statue mercedem annuam custodi quamlibet, vtpote Nummum, in singulas ouium. Quæ cùm sint multitudine centum viginti, si totum pecus eodem tempore capiat, lucrabitur pastor quadriennio, Nummos 480. Quoquo modo autem acceperit, debet tale tempus custodiæ præfiniri, vt summa mercedis 480, eadem semper inueniatur. Quoniam igitur anni primi nu-

*merus fuit capitum 20, idem erit & mercedis. Anni verò sequentis additamentum 40, ad priores 20, dat Nummos 60. Posterius autem biennium, multitudinem totam pecoris centum viginti duplicabit, ad Nummos ducentos quadraginta. Adde simul tres summas, 20.60.240, fiunt Nũmi 320, quibus subductis ex tota mercede 480, residuũ erit 160. Oportet itaq; numerũ tẽporis talẽ inuenire, qui ductus in oues 120, producat 160. Partire igitur 160 in 120, prouenient $1\frac{1}{3}$, pro tẽpore quo debet custodiam pastor, additis quatuor annis. Et sic fiunt anni quinque cum triente, sicut ex operatione priori. Quod erat probandum.*

## Quæstio 27.

Pone nunc pastorem & Lucium caulam ad triennium instituisse communiter, ea lege, vt Lucius oues ducentas, pastor centum traderet, et in fine grex totus bipartitò diuideretur æqualiter: Pastor autem sexaginta solùm contulit, creuitque triennio pecus ad oues septingentas octoginta. Quæritur quomodo sit grex inter socios diuidendus.

*Scire primùm oportet, quid ex supplemento diminutæ collationis, quod est 40, prouenisset incrementi, disponendo Regulam: Si oues 260 creuerunt*

*uerunt ad 780, quid oues 40? Habebis opere facto, oues 120, quarum dimidium, hoc est 60, Lucio iure proueniunt, qui culpam socij præstare non debet. Bipartire gregem 780, fit vtrique sua portio 360. Deme pastori 60, & adiice Lucio: restant oues trecentæ pastori. Quare et quadringentæ viginti Lucio proueniunt. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 28.

Viatores duo ex eodem loco digressi, eodem itinere pergunt, ita vt primus milliaria duodeviginti quotidie faciat, alter verò, die primo, milliare tantùm progreditur, altero duo, sequenti, tria, et ita deinceps vno plus semper milliari quotidie viã procedit. Quæritur, quoto die posterior priorẽ assequetur?

*QVæstionum similium talis est tractatio, vt illius qui tenore vno procedit, milliaria 18 duplicentur, vno dempto, & habebis 35, pro numero dierum, quibus se iunget posterior, ad præcedentem. Respondebis igitur, talem coniunctionem futuram, trigesimoquinto die, iam peracto. Quod erat quæsitum.*

*Probatio fiet, si milliaria quæ facit vterque separatim, in 35 diebus, duas summas inuicem æquales constituant. Colligentur autem milliaria pro-*

*gredientis inæqualiter, secundùm regulas progressionum, ducendo 35 in 18, eritque summa 630. Alterius verò diurna milliaria 18, multiplicata in dies 35, producũt etiã 630. Quod erat probãdũ.*

## Quæstio 29.

Dicamus ex suprapositis viatoribus alterum iter diei sempèr inire, milliarium viginti: alterum autem, primo die conficere milliare, secundo, tria, tertio, quinque, et sic ordinatim, spatiorum disparitate subsequi, donec assequatur alterum. Quæritur, quo tempore tantundem viæ peragrarit vterque?

*SI milliaria viginti data Primo viatori, dixeris esse dies viginti, quibus vterque tantundem viæ perrexerit, verè respondisti. Quod erat quæsitum.*

*Probatur sic. Disposita progreßione numerorum imparium à monade, vicesimus erit 39, cuius dimidium addito semisse, facit 20. Et sicut in regulis habuisti, quod fit ex ductu 20 in se, hoc est, 400, colligit in summa progreßionem disparium viginti. Manifestum est insuper, summam itinerum primi viatoris, eam esse quæ prouenit ex multiplicatione milliariorũ 20 in dies totidem. Quod erat probandum.*

## Quæstio 30.

Muta rurſus itinerum modos, dans Primo milliaria quindecim quotidie, Alteri verò progreſſum diurnũ, per numeros ordine pares, ita vt primus ſit duorum millium, ſecũdus, quatuor, tertius ſex: et eo ſemper incremento proſequatur priorem, donec aſſequatur. Quæro, quoto die fiat hoc?

*Ab itinere milliariorum* 15, *aufer* 1, *reſtat quatuordecim, pro numero dierum, quibus progreſſum fecerit eundem vterque viator. Quod erat quæſitum.*

*Et ad probationem inuenies vtriuſque milliaria ſeparatim* 210, *productum ſcilicet ex ductu* 15 *in* 14. *Quod erat probandum.*

## Quæſtio 31.

Seruus, expilato domino, fugit, primo die milliaria quatuor & viginti, altero 23, tertio 22: et ſic in dies factus ſecurior, de fuga remittebat milliare. Dominus autem, indicio facto, eodem die furem rectà proſequitur, ad milliaria decẽ, poſtridie verò duodecim milliaria pergit. Et ita ſemper curam intendens, iter diei præcedentis vno, atque

altero milliari superabat. Quæro,& ad quē diem,& ad quot milliaria, fugitiuum dominus apprehendit?

*AD primam partem quæsiti non est arti locus, sed experimēto, per quod deduces prosequentem ad interstitium tale, quod vno ipse die superās, ad furem pertingat. Dispositis itaque progressionum numeris dierū decem, ab vtraque parte, & in suam cuiusque summam collectis, quæ sunt 190, & 195, statim perspicies, quæsitum interuallum esse milliaria quinque. Cùm igitur progressus domini sit futurus, vndecimo die, milliariorum triginta, serui autē quatuordecim, manifestè patet furis apprehensionē in aliquam eius diei partem incidere. Et cùm sit itinerū eius diei ratio, sicut 30 ad 14, & ipsius 30 super 14 excessus sit 16, ita se habet excessus viarum illo die, sicut 16 ad 14. Dic ergo, Si, 16 sit 14, quid milliaria 5? Inuenies operando fuisse* 4 $\frac{3}{8}$. *Quibus expletis post iter dierum decem tenebitur à domino seruus. Quod quidē iter dierum decem, ex additio*

| | |
|---|---|
| 10 | 24 |
| 12 | 23 |
| 14 | 22 |
| 16 | 21 |
| 18 | 20 |
| 20 | 19 |
| 22 | 18 |
| 24 | 17 |
| 26 | 16 |
| 28 | 15 |
| 190 | 195 |

*ditione progreßionis, inuentum est esse milliariorum 195. Adde 4 $\frac{1}{8}$, fiunt mill. 199 $\frac{1}{8}$. Respondebis igitur, expilatorem apprehensum vndecimo die, expletis à domino, tota via, milliaribus centum nonaginta nouem, cũ tribus octauis vnius. Quod erat quæsitum.*

*Probatio sic erit. Cùm itinerum vltimi diei ratio, sicut visum est, sit dupla sesquiseptima. Et iter vndecimum fugientis compertũ sit, esse mill. 4 $\frac{1}{8}$, ipsis multiplicatis in 2 $\frac{1}{7}$, producetur iter vltimum sequentis, hoc est mill. 9 $\frac{1}{8}$. Adde dierum decem progreßionis dispositam summam 190, fit totum iter sequentis, mill. 199 $\frac{1}{8}$. Inuentum est autem iter fugientis esse milliarium totidem, scilicet 199 $\frac{1}{8}$. Rectè igitur processit operatio. Quod erat probandum.*

## Quæstio 32.

Cursor milliaria ducenta, quibus Lutecia distat à Lugduno, percurrebat die tertio. Alter autem, à Lugduno Luteciam peruolabat altero die. His eodem momento digresßis, rectâque tendentibus contra se. Quæritur, quánam itineris parte, & quoto die, concurrant inter se?

*Si datum spatium mill. 200 bipartitò distribuas, ita vt sit vnius partis ad alteram ratio,*

*ſicut 3 ad 2, habebis propoſitum. Quod vt facias, pone currentem à Lugduno Luteciam eſſe 5. Erit igitur alter 2. Adde 3 & 2, fit 5. Diſp. Reg. Si, 5 currunt millia 200, quid 2? & quid 3? Operare & inuenies mill. 80, à Lutecia, vbi fiet concurſus, et mill. 120 à Lugduno decurſa, quæ iuncta ſimul reficiunt mill. 200. Vt autem habeas diem, diſpo. Reg. Si mill. 200 curſorem tenent dies 2, quid mill. 120? Inuenies operando diem 1 $\frac{1}{5}$. Dices itaque currentes occurſare ſibi milliari à Lutecia octogeſimo, ad quintam partem diei ſecundi, ex quo digreſſi ſunt. Quod erat quæſitum.*

## Quæſtio 33.

Duæ naues millibus ſtadiorum viginti diſparatæ, iactis anchoris, idoneam tempeſtatem captabant, directò contra ſe nauigaturæ. Accidit autem vt Aquilone flante, dilu culò prima ſolueret. Expletíſque ſtadiis mille ducentis, ſub veſperam cecidit Aquilo, & ſurrexit Africus, ad cuius impulſum altera nauis vela faciens, mille quadringẽta ſtadia, curſu nocturno peruolauit. Prima autem, reflante vento, reiecta ſtadiis ſeptingentis, rurſus Aquilone matutino, ad nauigationis externæ modum prouehitur. Et altera ſexcentis ſtadiis retrocedit. Et ſic alternatim,

nocte

nocte diéque perseuerantibus ventis, flatu secundo, cõtrarióque vicissim, nauis vtráque ferebatur. Quæro, ad quot nauigationis stadia, & quo tempore naues conuenerunt?

A *Cursu diurno primæ nauis, qui est stadiorũ 1200, aufer recursum stadiorum 700, remanent stadia 500, qui verus est nauis progressus, in vno die horarum 24. Et similiter in naui secunda, subductis stad. 600, ex stadiis 1400, progressus erit stadiorum 800, in horis 24. Compone simul 500, & 800, fiunt stad. 1300. Dic ergo, Si stad. 1300 tenent diem 1, quid stad. 20000? Inuenies operando dies 15 $\frac{5}{13}$, quibus secundùm Regulam fieret nauium concursus. Fit autem citius, quasi duabus horis, propterea quòd non eodem tẽporis momẽto, nauis vtráque cursum instituit: vnde etiam procedit nauigationum inæqualitas. Nam prima die, ab ortu lucis in alium ortum, prima nauis procedit stad. 500, secunda verò stad. 1400. Quare fit, vt eo ipso die, sit progressus stadiorum 1900, die autem sequenti, & omnibus aliis, vltimo dempto, ambæ simul naues contra se procedunt stad. 1300. Quibus multiplicatis in dies 13, & ad productum addendo nauigationem primam stadiorum 1900, fient stadia 18800, quæ est nauigatio dierum 14. Propterea nauis in ipso diluculo decimæquintæ diei inter se distant stadiis 1200, & in*

*in noctis principio, stad. 600. Et quoniã secũda nauis nocte currit stadia 1400, & eodem tempore prima recurrit altera parte minus, hoc est, stad. 700, sequitur, vt cùm prima retrocesserit stad. 600, secunda processerit stad. 1200, & tunc fiet congressus nauium. Cuius horam vt habeas, fac noctem horarum 12, ita disponens Regulam, Si nauis secundæ stad. 1400, occupant horas 12, quid stad. 1200? Operare & inuenies horas* $10\frac{2}{7}$. *Quo tempore noctis diei decimæquintæ, facta est nauiũ congressio. Post hæc autem, vt detur iter nauium separatim multiplica primæ nauis cursum diurnũ, hoc est, stad. 500 in dies 15, producentur stad. 7500. Et quoniam ab ipso noctis vltimæ recursu dempta sunt stad. 100, adde ad 7500, fit summa stadiorum 7600.*

*Quod est iter primæ nauis. Pro secũda ducito stad. 800 in dies 14, producũtur stad. 11200. Adde noctis vltimæ stad. 1200, fit totum iter secundæ nauis stadiorum 12400. Constat igitur naues ipsas in vnum conuenisse, decimo*

| | |
|---|---|
| 500 | 800 |
| 15 | 14 |
| 2500 | 3200 |
| 500 | 800 |
| 7500 | 11200 |
| 100 | 1200 |
| 7600 | 12400 |
| | 7600 |
| | 20000 |

*cimoquinto die, hora noctis decima, cum duabus septimis vnius, decursis à prima stad. septem millibus sexcentis, à secunda verò stad. duodecim millibus quadringentis. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio *34.*

Eques Geómetra militiam pertesus, equũ suum bellatorem proscripsit, pretio constitu to, super quatuor & viginti clauis solearum. Ad primum quidem vnius Quadrantis, ad secundum, duorum, ad tertium, quatuor, ad quartũ, octo. Et sic deinceps ad singulos clauorum, ratione continua, duplicando Quadrantes. Ex commilitonibus autem vnus, tribuẽs arti vanitatẽ, nulla cũctatione, equũ sibi, quanti fuerat indicatus, data etiam cautione, postulat addici. Numerans deinde pecuniã, magnitudine stupefactus, *ac gemens*, artem sentire tandem, & mirari cœpit. Geómetra verò multùm de summa benignè remittens, ad sua se lætus studia recepit. Quæro, quanti fuit equus?

*VT computationum istam planius ineas, æstima Quadrantem, aliqua pecunia nota, vtpote, denarij nostri Turonensis quadrante. Valebit igitur Aureus noster solatus (vt nunc est) duo millia,*

*lia,*

*lia, ducentos & octo Quadrantes. Disponantur à monade numeri progressu Geometrico duplæ rationis, ordinum quatuor & viginti, quorum summa, secundùm regulas progressionum colligitur, ordinem nouissimũ duplicando, dempta monade. Duc igitur 8388608 in 2, & à producto aufer 1. Surgunt totius progressionis in summa Quadrantes 16777215. Partire in 2208, prouenient Aurei solati septem millia quingenti nonaginta octo, cum particula $\frac{831}{2208}$. Et tanti fuit equus. Quod erat quæsitũ.*

1
2
4
8
16
32
64
128
256
512
1024
2048
4096
8192
16384
32768
65536
131072
262144
524288
1048576
2097152
4194304
8388608
2

16777215.

## Quæstio 35.

Operarius puteum inundantis aqua fluminis oppletum, ad cubitos viginti exhauriendum cõduxit Nummis quinquaginta. Depletis autem

autem cubitis decem, necefsitate quadam intercipitur opus. Quæro, quota pars mercedis redemptorem fequatur?

*QVæstionis propositæ nodum expedire nemo poterit, nisi modus operis detur, quo egeritur aqua. Sit ergo vt vnius haustus opera, vacuetur quinta sui parte cubitus, hoc est semipede, quæ pars est totius altitudinis aquæ centesima. Cùm igitur semipes primus, vnius sit operæ, secundus erit trium, tertius sex, quartus decem. Et ita deinceps continuabit progressus ad semipedem vsque in fundo centesimum. Quare, prout se habent progreßionum regulæ, multiplicando 101 in 50, producitur in egestione tota, operarum summa 5050. Et similiter in cubitis decem, vbi sunt semipedes 50, multiplicando 51 in 25, producuntur operæ 1275. Dic igitur, Si operarum 5050 merces est 50, quænam erit operarum 1275? Inuenies operando Nummos 12 $\frac{63}{101}$. Dicemus itaque iustam mercedē egestionis cubitorum decem esse Nummos duodecim, cum sexagintatribus centesimis primis vnius Nummi. Quod erat quæsitum.*

*Quòd autem egestionis modus (sicut dictum est) dari debeat, mercede diuersa patebit. Sit in proposito, vt haustu vno aqua depleatur altitudine palmi, qui quadrans est in pede, & in cubito*

dextans

*dextans, & in aquæ profundo pars fiet ducentesima. Hoc igitur posito erunt in opere toto, haustus 20100, & in decem cubitis 5050, fiétque regulæ dispositio talis. Si haustus 20100 lucrantur Nummos 50, quid haustus 5050? Inuenies operando Nummos 12 $\frac{113}{201}$. Sed plus inuenitur ex dispositione priori, hoc est 12 $\frac{63}{101}$. Patet igitur secundùm haustuum modos, mercedem aliam, atque aliam inueniri. Quod erat probandum.*

*Lucas in quæstione simili super egestionis modo nihil aduertit. Et alias etiam in errore est, dū proponit conductorem puteum effodere. Neque enim sicut egerendi, ita et fodiendi labor crescit ex profundo. Debuerant igitur operationis vtriusque dari pretia separatim, vt stabilis inde solutio, veráq; sequeretur.*

## Quæstio 36.

Sed conuertamus propositum, dicendo putearium ad id altitudinis aquam depleuisse, vt ex pacta mercede reportarit Nummos viginti octo, cum viginti duabus centesimis primis. Quæritur, ad quem modum putealis aqua siderit?

*Dispone Regulam: Si Nummi 50 præstant operas 5050, quid Nummi 28 $\frac{22}{101}$? Operare*

*rare & inuenientes totius egestionis operas fuisse 2850. Ex quibus altitudinis aquæ residuum, artificio nullo (quod sciam) melius quàm per quadraturam inuestigabis. Pones igitur haustus vltimo facti semipedem, hoc est vltimum progressionis numerum fuisse 1 ρ, adde 1, fit 1 ρ P 1, multiplica in $\frac{1}{2}$ ρ, fit $\frac{1}{2}$ ◊ P $\frac{1}{2}$ ρ, quod est continens; contentum autem erit 2850. Aequatione verò facta, habebis 1 ◊ P 1 ρ [5700]. Operare per canonem primum, addendo quadratum semissis, quod est $\frac{1}{4}$, numero 5700, fit 5700 $\frac{1}{4}$. Huius tetragonicum latus est 75 $\frac{1}{2}$, aufer $\frac{1}{2}$, restat 75, qui numerus est semipedis vltimi, ad quem peruenit egestio. Partire 75 in 5, proueniunt depletionis cubiti 15, restant igitur repletionis cubiti 5: Quare dicendum aquam sidisse ad cubitos quinque. Quod erat ex conuersione quæsitum.*

## Quæstio 37.

Si massa bilibris ceræ nouæ, empta Sestertiis decem, & cera verus pondo quatuor, empta Sester. duodecim conflentur in vnum: Quæro, quanti stet libra conflaturæ?

*Qvemadmodum conflatura ceras confundit in vnum, ita & ipsarum pondera colligit in summam, atque pretia similiter. Quare manife-*

*ſtum eſt, totum illud miſturæ pretiū in libras ipſas ponderis diſtribuendum æqualiter. Partire igitur Seſtertios 22 in libras 6 .proueniēt Seſter.3 $\frac{2}{3}$ , precium in libram cōflaturæ. Quod erat quæſitum.*

## Quæſtio 38.

Si quis autem dictam miſturam ita velit temperare, vt pretium fiat in libram Seſter. quatuor: Quæro, quantùm ceræ nouæ ſit addendum?

*HIc habes maſſæ commiſtæ pondus 6, et tria in libram pretia: Primum Seſter.5 ceræ nouæ, qua fieri debet additamentum, Secundum Seſter.4 miſturæ faciendæ, Tertium Seſter.3 $\frac{2}{3}$, ceræ iam commiſtæ. Et ſicut ſe habet differentia 5 ad 4, quæ eſt 1, ad differentiam 4, ad 3 $\frac{2}{3}$, quæ eſt $\frac{1}{3}$ , ita & maſſæ pondus 6, ad quæſitum pondus additamenti. Sic igitur Regulam diſpones, Si, 1 fit $\frac{1}{3}$, quid libræ 6? Inuenies operando libras 2 ceræ nouæ, quæ quidem conflari debent cum libris ſex, vt fiat in libram pretiū Seſter. quatuor. Quod erat quæſitum.*

*Probationem ita facies. Adde precium librarum 6, quod eſt Seſter. 22, ad pretium additamenti librarum 2, quod eſt Seſter. 10, fit 32. Partire in totum conflaturæ pondus librarum 8, proueniunt*

*niunt Sester. quatuor, iam inuentum pretium in libram. Quod erat probandum.*

## Quæstio 39.

Frumentarius tres aceruos habuit tritici, quorum primi modius vēdebatur Nummis decem, secundi octo, tertij sex. Vult autem ex aceruis primo, & secundo, portionibus æquis, cum additamēto tertii miscellaneum triticum modiorum centum ita facere, vt valeat modius Nummis octo, cum semisse: Quæritur, quomodo fiat hoc?

*Commisce quotlibet modios, vtpote 5, ex aceruo primo, cum aliis totidem ex secundo. Et inuenies modo suprà dato, huius misturæ modium, stare Nummis 9. Iam habes tria in modium pretia. Primum additamenti, quod est 6, Secundū misturæ faciendæ* $8\frac{1}{2}$, *Tertium iam factæ 9. Differentia autem 6 ad* $8\frac{1}{2}$, *est* $2\frac{1}{2}$, *& ea quam* $8\frac{1}{2}$ *habet ad 9, est* $\frac{1}{2}$. *Sunt autem misturæ iam factæ modij 10. Disp. Regu. Si,* $2\frac{1}{2}$ *fit* $\frac{1}{2}$, *quid modij 10? Operare & inuenies modios 2, ex aceruo tertio, quibus confusis cum aliis 10, fiet pretium in singulos duodecim modios Nummorum octo cum semisse, pretium quidem quod quæritur. Sed modios centum, ex duodecim iam*

*inuentis, facies ita per Regulam. Si modij 12 fiant 100, quid modij 2? & quid mod. 10? Inuenies operando modios 16 $\frac{2}{3}$ acerui tertij, & ex reliquis, modios 83 $\frac{1}{3}$, quos bipartitò capiens ex aceruis, primo, & secundo, confundensque cũ aliis 16 $\frac{2}{3}$, frumentarius miscellanei tritici centum modios habebit, pretio in modium Nummorum octo cum semisse. Quod erat quæsitum.*

*Probatio fiet, sicut in præcedenti.*

## Quæstio 40.

Ponamus ad dictam summam tritici, adhuc misceri modios hordei quinquaginta, & hac compositura pretium modii sesquinummo decreuisse. Quæritur, quanti fuit hordeum misturæ?

*CVm tota compositio tritici, & hordei modios capiat 150, in quorum singulis pretium datur esse Nummorum 7. multiplica 150 in 7, fiunt Nummi 1050. Qui valor est modiorum 150. Aufer inde totum miscellanei tritici pretiũ 850, restant Nummi ducenti, quos valet hordeum misturæ. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 41.

Mercator vendita gemma, Aureis sexaginta, inuenit se lucratum quintam partem

sortis

fortis. Quæritur, quænam fuerit ista fors?

*In istis sic argumentare. Qui partem quintam fortis lucratur, ex quinque facit sex. Est itaque 6, lucrum vnà cum forte, sicut est 60 gemmæ lucrum addita forte. His cognitis. Disp. Regu. Si 6, prouenit ex 5, vnde 6 .? Inuenies operando Aureos quinquaginta, pro forte gemmæ. Quod erat quæsitum.*

*Vulgus mercatorum, quod fortem latinè dicimus, vocat capitale, & lucrum exprimit duobus numeris, quorum secundus semper est centum. Velut in proposito nostro, dicerent factum esse lucrū viginti ad centum. Et ratiocinium ita facerēt Qui lucratur 20 ad 100, ex 100 facit 120, ac Regulam ita disponunt. Si, 120 prodiit ex 100, vnde 60? Inuenies operando 50, sicut prius, sed non tam expeditè.*

## Quæstio 42.

Fac nunc mercatorem istum gemmā vendendo Aureis sexaginta, damnum tulisse fortis duas quintas: Quæritur, quo pretio gemmam comparauerit?

*Argumentum sic institue. Qui duas quintas perdit in fortem, ex quinque facit tria. Dic igitur. Si ante damnum 3 fuit 5, quid 60? Ope-*

*rare & inuenies Aureos centum, pro sorte gemmæ. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 43.

Pone rursus pretium gemmæ fuisse quinquaginta, & mercatorem ita destinasse vendere, vt lucrum faciat, ad eam rationem, quę est trium ad vigintiquinque. Quæro, quanti debeat vendi?

*Dispone Regulam. Si ex 25 fiat 28, quid ex 50? Operare & inuenies 56. Et tanti debet vendi gemma. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 44.

Vendendo rem quinque semis, fit lucrum ea ratione quam habet monas ad viginti. Si autem vendatur quinque tantùm: Quæro, quid fiet, damnum, an lucrum?

*In istis primum sors inuestigari debet, dicendo. Si, 21 sortem habet 20, quam habet $5\frac{1}{2}$? Inuenies operando $5\frac{5}{21}$. Dic iterum. Si ex $5\frac{5}{21}$ fit 5, quid fiet ex 20? Operare & inuenies $19\frac{1}{11}$, aufer à 20, restat $\frac{10}{11}$, quod est damnum. Respondebis igitur damnū fieri, ea ratione, quæ est $\frac{10}{11}$ ad 20, hoc est in minimis numeris, quæ est 1 ad 22. Quod erat quæsitum.*

*Quæst*

## Quæstio 45.

Vendendo rem octo Nummis, fit lucrum id, quod dicitur quatuor ad centũ. Si autem vendatur nouem: Quæro, lucrum quo modo fiat?

*Cum exploratum tibi fuerit aliàs de lucro, vel damno, & solùm agatur de differentia alterutrius ipsorũ nihil opus est, sicut antea, quærere sortem. Sed ita dispone Regulam. Si ex 8 fit 104, quid ex 9? Inuenies operando 117. Erit igitur lucrum ad sortem, sicut est 17 ad 100. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 46.

Tres socii mercatores pecuniam in commune contulerunt, Primus quidem Talenta quadragena, Secundus vicena, Tertius verò quina. Ex quà quidem summa, factum est lucrum Talẽtorum sex & viginti. Quæritur, quotam quisque sociorum lucri partem habere debeat?

*In huiusmodi socialibus lucris, manifestum est, vt qui plus contulit, plus habere debeat, pro rata scilicet collationis cuiusque. Velut in proposito. Quoniam Primus duplo plus contulit quàm Secundus, et plus octuplo quàm Tertius, ratio deposcit,*

*vt duplum habeat ipse Primus supra secundum, et octuplum supra Tertium. Et vt semel dicam, ipsæ lucri communis partes, semper fieri debent suis collationibus proportionales. Modus autem operis sic erit. Dispone collationes omnium, scilicet talenta 40.20.5. Adde simul, fiunt Talen.65. Dic igitur: Si Talen.65 lucrantur 26, quid 40? quid 20? quid 5? Operare & inuenies 16.8.2. Quæ quidem portiones sunt, sicut esse debent, ipsis tribus collationibus proportionales. Dicemus itaque, portionē Primi, esse Talentorum sexdecim, Secundi octo, Tertij, duorum. Quod erat quæsitum.*

*Probatio. Quia lucrū ponitur esse Talen. 26, necesse est, vt omnium portiones in summam collectæ restituant 26. Velut in hoc loco. Collige trium partitiones, scilicet 16.8.2, fit in summā 26. quod erat probandum. Cæterum talis error in opere continget, quem non indicabit huiusmodi probatio. Vt puta, si quod in vna portionū deficit, suppleatur in aliis. Nunquam tamen fieri potest, vt opere vero, non sit probatio vera.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Si,* 65. | 26. | 40? | 16. |
| | | 20? | 8. |
| | | 5? | 2. |
| | | | 26 |

*Quæst*

## Quæstio 47.

Tres in negociatione communi lucri factos Aureos mille octingentos, sic inter se partituri sunt, pacto conuento, vt Primus quidem lucrum participet, ea ratione quam habet 12 ad 100, Secundus alia, quæ est 18 ad 100, Tertius ad rationem 30 ad 100. Quæro secundùm ea quæ proponuntur, quibus portionibus dictum aurum inter se communicabunt?

*Ratiocinandi viam, in hoc proposito, longam satis atque superfluam Lucas instituit, quæ rem prorsus obscurat. Inquirit enim, Regulam disponendo pluries, sortem singulorum, quod minimé necessarium est. Quicquid enim collatum fuerit, modus partium tenendus est, qui datur ex pacto, cuius sensus nihil habet aliud quàm vt ex lucro Aureorũ 1800, fiãt tres partes, ipsis tribus numeris 12. 18. 30 proportionales. Quos, perinde ac si essent collationes, adde simul fiũt 60. Disp. Reg. Si, 60 lucrantur 1800, quid 12? quid 18? quid 30? Ope. et habebis portiones quæsitas esse, Primi quidem, Aureos tercentum sexaginta, Secundi, quingentos quadraginta, Tertij, noningentos. Quod erat quæsitum.*

*Idem erit, sed scientius, operari per minimos nu*

*meros proportionales ipsis 12.18.30, qui sunt 2.3.5, quorum est summa 10. Dic igitur. Si, 10 lucrantur 1800, quid 2? quid 3? quid 5? Operare & idem quod prius inuenies. Probatio fiet velut in præcedenti.*

| | |
|---|---|
| | 360 |
| | 540 |
| | 900 |
| | 1800 |

## Quæstio 48.

Socialis mercaturæ pactio fuit inter duos, vt primus qui fuit industrior, altero tanto amplius haberet ex communi lucro quàm Secundus. Contulit autem Primus Aureos centum viginti, Secũdus verò, centum sexaginta, quotum commercio, peruenit lucrum ad Aureos centum quinquaginta. Quæro, quænam sit iusta partitio lucri sociorum inter se?

*In hac specie diuisio secundùm formulam datã procedit, si conuentionem factam de participatione lucri in primo socio, supra debitum duplicata, compensaueris ipsius collationem duplicando, quæ fuit Aureorum 120. Duplica, fit 240. Adde Secundi collationem 160, fiunt Aur. 400. Disp. Regul. Si Aurei 400 lucrantur 150, quid 240? Inuenies operando Aur. 90, quibus sublatis ex lucro 150, restãt Aurei 60 in partem secundi. Respond*

*ſpondebis itaque, portionem Primi eſſe Aur. nonaginta. Alterius autem, ſexaginta. Quod erat quæſitum.*

## Quæſtio 49.

Contracta fuit trium ſocietas in annuũ tempus, inter quos, ſummis pecuniæ collatis æqualiter, non æquali tempore relictæ ſunt in communione ſocietatis. Sed Primi quidem, ſex menſibus tantùm, Secundi, nouem, Tertij duodecim. Lucrum autem in fine temporis repertum, quomodo partiri debeat, quæritur?

*IN huiuſmodi temporis inæqualitate, diuiſionis modus nihil habet diuerſum ab eo, qui datus eſt in collationibus factis inæqualiter, ſi menſes collationum vice diſponas. Eadem enim vtrobique ratio. Nam quemadmodum collatio maior, & minor, eodem tempore lucrum parit maius, & minus, ita longius tempus, & breuius, in eadem ſumma, fructum auget, & minuit. Sic igitur eſt operandum in caſu noſtro. Compone ſimul numeros menſium, qui ſunt 6. 9. 12, fit ſumma 27. Et quoniam lucrum non exprimitur numero, fac diuiſionem ipſius in quotlibet partes, vtpote nouem. Et ita diſponito Regulam. Si menſes 27 lucrãtur 9, quid 6? quid 9? quid 12? Operare & inuenies ex dictis*

*lucri*

*lucri partibus deberi, Primo quidem duas. Secũdo, tres, Tertio, quatuor. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 50.

Pone nunc in alia societate, collationem Primi fuisse Talentorum argẽti quatuor & viginti, & in communicatione commercij, sex mensibus tantùm fuisse: Secundi autem Talen. decem & octo, & esse relicta mensibus decem: Tertij verò Talen. duodecim, & ad finem anni perdurasse. Quo spatio facta est argenti lucratiui summa Talẽtorum sex & viginti. Quæro, portiones istorum?

*CVm datur temporis, et collationum simul inæqualitas, priusquam vti Regula possis, pensandus erit, detractione collationis, temporum defectus. Quoniam enim in Primi tempore, ad anni cõplementum, desunt sex menses, quod est anni dimidium, ab ipsius collatione Talentorum 24, sublato dimidio, relinquuntur 12. Item ex collatione Secundi Talen. 18. dematur sexta pars, scilicet 3, erit residuum 15. quandoquidem in mẽsibus decem ad anni complementum deest pars sexta, quæ est bimẽsis. Ex collatione autem Tertij, quia compleuit annum, nihil auferri debet. Adde nunc sic diminutas collationes 12, 15, 12, fit summa 39. Disp. Regu. Si,*

39

*39 lucrantur 26, quid 12? quid 15? Operare & inuenies Primi quidem portionem esse Talen. octo, Secundi, decem, Tertij octo. Quod erat quæsitum.*

*Erit etiam ad hoc genus formula talis. Multiplica singulorum collationes in suos cuiusque menses, hoc est 24 in 6 & 18 in 10, & 12 in se, producuntur 144. 180. 144. Adde simul tria producta, fit summa 468. Dispo. Regu. Si 468 lucrantur 26, quid 144? quid 180? Inuenies operando, sicut antea, 8. 10. 8.*

## Quæstio 51.

Tres socij mercantes in annum ita conferunt. Primus quidem, Aureos cētum, quos in societate reliquit menses duodecim, Secūdus Aureos cētum viginti, Tertius Aureum torquem, cuius pretium reperit, exacto mense decimo. Ex quibus summis partum est lucrum Aureorum sexaginta nouem. Vnde Primus habuit in partem suam, Aureos triginta, Secundus, quatuor & viginti, Tertius quindecim. Quæro primum, quot menses Secūdus pecuniam collatam in cōmunione reliquit? Deinde quanti fuit Aureus torques?

*AD inueniendum menses secundi, procedendum est ita. [illegible]uc collatione in Primi in suos menses*

*menses, hoc est, 100 in 12, fit 1200. Scimus autem Primi lucrum esse 30. Disp. Regul. Si ex lucro 30 producatur 1200, quid ex lucro 24? Operare & inuenies 960, quod est productum ex Secundi collatione 120 in suos menses multiplicata. Partire igitur 960 in 120, proueniet 8 pro mensibus quæsitis. Vt autem scias torquis valorem, ineunda est ratio super his quæ iam nota sunt in alterutro duorum præcedentiũ. Sed nunc accipe menses Secundi, qui sunt 8, & disp. Reg. Si menses 8 lucrantur 24, quid menses 10? inuenies operando 30. Rursum disp. Reg. Si lucrum 30 prouenit ex Secundi collatione 120, vnde prouenit Tertij lucrum 15? Operare & inuenies 60, quæ est collatio, & pretium torquis. Respondebis itaque, Secũdum ex sociis, collatam pecuniam communicasse mensibus octo. Et torquis æstimationem fuisse Aureorum sexaginta. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 52.

Tres inita sodalitate, per annum duratura contribuunt: Primus quidem in principio Aureos mille, Secũdus autem post duos menses Aureos nescio quot, Tertius verò post menses quatuor à Secundo Aureos etiã contulit, ignota multitudine nobis. Lucrum autem, in sodalitij termino repertum, singu

li participarunt æqualiter. Quæro, quid Secundus, quid Tertius singulatim contulerunt?

*Sic est operandum. Multiplica collationẽ Primi in suos menses, id est 1000 in 12, fit 12000. Et quoniam lucri participatio proponitur æqualis, necesse est Secundum, cuius pecunia fuit in communi mensibus 10, & Tertium qui tenuit mensibus 6, talibus numeris contulisse, quorum vterque multiplicatus in suos mẽses producat 12000. Partire igitur 12000 in 10, & habes 1200. pro collatione Secundi. Diuide rursus 12000 in 6, & proueniet 2000, pro collatione Tertij. Dicemus igitur Secundum contulisse, Aureos mille ducentos, Tertium autem, duo millia. Quod erat quæsitũ.*

## Quæstio 53.

Summa lucratiua Aureorum centum nonaginta, post anni terminum societatis expletæ, ita tribus obtigit in partes, vt prima quidem fuerit triplum secundæ, & quadruplum tertiæ. Primi autem collatio fuit ad caput anni Aureorum octoginta: Secundi verò facta est post quatuor menses à Primo: Postremi autem, post alios totidem menses à Secundo. Quid autem contulerit vnusquisque duorum quæstio est?

*Duci*

*Dvcito primi collationem 80 in suos menses 12, fit 960. Huius summæ cape trientem, qui est 320, deinde quadrantem, qui est 240. Et quoniam sicut proponitur, partitio prima fuit triplum secundæ & quadruplum tertiæ, oportet pro collatione Secundi, numerum inueniri, qui ductus in suos octo menses, faciat 320. Item pro collatione Tertij, numerũ, qui ductus in menses 4, faciat 240. Ad hanc igitur inuentionem, partire 320 in 8, & habes quadraginta, pro collationẽ Secundi. Diuiso deinde 240 in 4, habes sexaginta, pro collatione Tertij. Quod erat quæstio.*

*Opus tuum ita probabis. Multiplica trium collationes 80, 40, 60 in suos cuiusq; menses 12, 8, 4, habebis 960, 320, 240. Adde simul, fit summa 1520. Disp. Regu. Si, 1520 lucrantur 190, quid 960? quid 320? quid 240? Inuenies operando trium portiones fuisse 120, 40, 30. Quarum prima triplum est secundæ, & quadruplum tertiæ. Quod erat probandum.*

## Quæstio 54.

Tres mercaturam sociantes in annum ita fecerunt. Primus quidem à principio contulit Talenta sex, & post quatuor menses repetit duo. Secundus, in fine tertij mensis, contulit Talen. duodecim, & post mensem abstu lit

lit quinq; Tertius ab initio contribuit quinque, & exacto mense septimo, rursum contribuit octo. Commune lucrum reperitur, anno peracto, ad Talenta duodecim, Quæro partes singulorum?

*In huiusmodi rationibus, antequàm regulæ dispositionem assequi possis, taliter est præparandum. In primo sociorum multiplica Talenta sex in menses quatuor, fit 24. Et quoniam post menses 4 repetuntur Talen. 2, igitur Talen. 4 permanserũt menses 8, quos multiplicabis in Talen. 4, & fiet 32. Adde ad 24, fit 56. Quòd ad Secundum attinet: multiplicatis 12 in 1, & 7 in 8, iunctisque productis, fit 68. Item pro Tertio: Duc primò 5 in 12, fit 60. Rursum ducito 8 in 5, fit 40. Adde ad 60, fit in summa 100. Compone simul tria multiplicationum producta, scilicet 56, 68, 100, fit summa 224. Disp. Regu. Si, 224 lucrantur 12, quid 56? quid 68? quid 100? Operare & inuenies Primi lucrum esse Talenta tria, Secundi, Talen. tria, cum nouem dicimus quartis, Tertij, Talen. quinque cum quinque decimis quartis. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 55.

Quatuor socij in arca communi repertum lucrum tercẽtum quadraginta, ita par-

r

titi sunt inter se, vt quoties Secundus habuit quinque, toties Tertius habuit nouem: & quoties Tertius septem, toties Quartus vndecim, & quoties Quartus nouẽ, toties Primus tredecim, cuius collatio fuerat ducenta octoginta sex. De tribus aliis quæritur, quantùm viritim contulerunt? et quantùm singuli ex lucro sodalitij reportarunt?

*CVm ita proponis, quoties primus habuit 13, toties Quartus habuit 9, nihil aliud dicis quã portionem Primi, ad portionem quarti rationem habere, sicut 13 ad 9. Sunt autem portiones collationibus suis proportionales. Cùm sit igitur Primi collatio 286, vt inuenias collationem Quarti, dispone Regulam. Si 13 esset 286, quid 9? Operare & inuenies 198, pro collatione Quarti, cuius portio (sicut proponitur) ad portionem Tertij, est tanquam 11 ad 7. Dic igitur. Si 11 sit 198, quid 7? Inuenies operando 126, pro collatione Tertij. Ad habendum collationem Secundi, dicito. Si, 9 sit 126, quid 5? inuenies 70. Habitis autem collationibus, habebuntur & portiones, modo iam dicto sæpius. Respondebis itaque Secundum contulisse, septuaginta, Tertium, centũ viginti sex, Quartum, centum nonaginta octo. Item lucri portiones fuisse, Primi quidem, centum quadragintatria, Secundi*

*cundi, trigintaquinq; Tertij sexaginta tria. Quarti nonaginta nouem. Quod erat quæsitum.*

| | |
|---|---|
| 13.286.9.198 | Si, 680.340.286.143 |
| Si, 11.198.7.126 | 70.35 |
| 9.126.5.70 | 126.63 |
| | 198.99 |
| | 340 |

## Quæstio 56.

Duo iuncta societate in annuum tempus ita conferunt. Primus quidem Talenta duodecim, Secundus sex, pacto conuento, vt in fine temporis sortem, simul atque lucrum partiantur æqualiter. Accidit autem, vt distracta fuerit octauo mense peracto societas facto lucro Talentorum quindecim. Quæro, quænam sit vtriusque participatio lucri, simulátque sortis?

*Si societas ista termino suo perstitisset, ambæ simul sortes Talentorum 18, vtrique prouenissent in partem 9. Et ita Secundus qui sex tantùm contulit, tria Talenta consequeretur de sorte Primi. Aequalis deinde partitio lucri Talentorum quindecim vtriusque portionẽ 9, augeret in 16 $\frac{1}{2}$. Quæ summa diuisionis esset per æqualia factæ.*

*Sed quia consortium mensibus tantùm octo durauit, ex decremento mensium quatuor, decrescit & Secundi lucrum de sorte Primi duobus Talentis. Quod per Regulam inuenitur dicendo: Si menses 12 lucrantur Talen. 3, quid menses 4? Operare & habebis Talentum 1. Aufer ex integra portione 16 $\frac{1}{2}$, restat in partem Secundi Talenta quindecim cum dimidio. Quare & in partem Primi, Talenta septemdecim cum semisse. Et talis erit vtriusque participatio lucri, simul & sortis, quod erat quæsitum.*

*Supradicta ratio, ad huiusmodi speciem, probabilis aliquandiu mihi fuit. Sed re postea diligentius attenta visum est aliter. Hoc habet, in socialibus commerciis mercatorum consuetudo, quorum fit per æqualia partio, vt is qui minus pecuniæ confert, aliquid aliud, aut suas operas præbeat in supplementum. Quod ipsi dicunt ponere personam. Quis enim aliàs vnquam plus alio contribuat? Sicut in proposito, Secundus conferens tantùm sex, altero conferente duodecim, intelligendus est suas 12 mensiū operas, sex Talētis æstimatas exhibere, vt in portionū conditione æqualitatis ratio cōstet. Si autē societas termino suo perstitisset, Secundi pecunia Talentorum sex, cum aliis totidem operarū Talentis, socij contributionem æquabat. Sed quia anni tantùm besse consortio tenuit, ex detrimento*

trien

*trientis, deteritur & Secundi collatio duobus Talentis. Quare fuit ipsa Talentorum decem. Aequũ est itaque, vt ipse secundus lucrum, atq; sortem eatenus participet, quatenus & consortij legem impleuit. Id autem non erit aliter, nisi partes ipsæ totius pecuniæ, quæ est Talentorum 33, fiant suis collationibus proportionales. Sunt autem tam pecuniæ, quàm operarum ambæ simul Talen. 22. Disponens itaque de more societatum Regulam, dicito: Si Talen. 22 lucrantur 33, quid 12? & quid 10? Inuenies operando, Primi portionem esse, Talentorum decem & octo, Secundi autem, Talentorum quindecim. Et hæc potissimùm mihi censetur diuisio legitima, quamuis & præcedens non præter rationem omnino videatur.*

*Lucas autem in simili ratiocinatus est aliter, cuius exẽplum, quò facilius diuersitas intelligatur, in eisdem, quos ante proposui, numeris explicabo. Si tempus (inquit) societatis annuum impleretur, sortibus amborum simul, quæ sunt Talen. 18, distributis æqualiter, Secundus lucraretur de sorte Primi Talen. 3. Sed quia tertia pars anni defuit, deducta etiam de tali lucro parte tertia, remanent Talen. 2. Quod quidem inuenitur, sicuti per Regulam ante monstraui. Hæc igitur (inquit) Talen. 2 dempta de sorte Primi, et ad Secundi sortem adiecta, perinde faciũt, ac si collatio Primi fuisset 10,*

*& Secundi 8. Vult deinde rationem instituí de societatum forma communi, videlicet componendo 10 & 8, fit summa 18, & Regulam ita disponit. Si Talen. 18 lucrantur 15, quid 10? & quid 8? inueniuntur Talen. 8 $\frac{1}{3}$, quæ primus habebit ex lucro Talen. 15, & residuum, hoc est, Talen. 6 $\frac{2}{3}$, erit pro parte Secundi. Et post hæc addendo sortes 10, & 8, suo cuiusque lucro, id est 8 $\frac{1}{3}$ ad 10, & 6 $\frac{2}{3}$ ad 8, erit secundum Lucam portio Primi Talentorum 18 $\frac{1}{3}$, secundi verò Talen. 14 $\frac{2}{3}$. In hoc autem calculo, quem Stephanus etiam, et alij sequitur, detractio de sorte Primi, quæ toto sodalitatis tempore mansit, nulla mihi ratione facta videtur.*

## Quæstio 57.

Lucius agricola oues habens quadraginta, & Tityrus pastor decem societatem inierunt, ad annos quinque, pactione conuenta, vt Tityrus gregem curaret, habiturus dimidium in fine temporis. Sed accidit distahi societatem trieteride peracta, qua creuit pecus ad capita centum: Quæro, quænam sit iusta partitio gregis, inter Lucium & pastorem?

*Differentia collationum, quæ est ouium 30, indicat quinquennalem pastoris custodiam, totid*

*totidem ouibus æstimari. Quare & triennis, per Regulam inuenietur esse ouium 18. Ade 10, quas habuit Tityrus, crescit ipsius collatio ad oues 28. Compone cum Lucij traditione 40, fiunt 68. Dic igitur: Si oues 68 fiant 100, quid 40? inuenies operãdo 58 $\frac{14}{17}$. Detrahe ex 100, restãt 41 $\frac{3}{17}$. Erit itaque iusta partitio gregis, pro Lucio quidẽ, oues quinquaginta octo, cum particula $\frac{14}{17}$. Et pro Tityro pastore residuum, quæ sunt 41 $\frac{3}{17}$. Quod erat quæsitum.*

*In quæstionis huius disquisitione, quæ est præcedenti similis, modũ differentem ab eo quem ante recitaui, sequitur Lucas, longóque processu concludit, Lucij partem esse oues 62, & pastoris 38. Cui & Stephanus assentitur.*

## Quæstio 58.

Fac nunc societatem istam anno supra constitutum tenuisse. Quæro partes amborum?

*QVoniam cura pastoris annis quinque taxatur ouibus 30, per Regulam inuenies, annũ taxari ouibus 6, iunctis igitur decem quas habuit, æstimabitur ipsa custodia Sexennij, ouibus 46, quæ cum 40 Lucij faciunt 86. Dic igitur. Si oues 86 habent 100, quid 46? inuenies operãdo in partes prouenire, pastori quidem 53 $\frac{21}{43}$. Lucio autem*

*46 $\frac{22}{43}$. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 59.

Summa 48, tribus partiri debet, ita vt Primus quidem tantùm habeat, quantùm alij duo simul, Secundus autem dimidium Primi, & Tertij, Tertius verò, quintam partem Primi, & Secundi. Quæritur, quomodo se habeant huiusmodi partes?

*INistis sic argumentare. Quoniam dicis Primũ habere quantùm duo reliqui simul: ipse igitur habet dimidium totius, quod est 24. Et quia Secundus habet dimidium Primi, & Tertij, habet ergo tertiam partem totius, quæ est 16. Item quoniã Tertio datur quinta pars aliorũ, datur ergo sexta totius, quæ est 8. Habitis etiam partibus Primi, et Tertij, ipsisque à toto sublatis, residuum 16 inuenitur pro parte Secundi. Dicemus itaque partes propositas esse, Primi quidem 24. Secũdi 16. Tertij 8. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 60.

Apud Iulianum Iureconsultum, libro vicesimooctauo Digestorũ, hæreditaria quædam partitio proponitur, in hæc verba. Si ita (inquit) scriptum sit: Si mihi filius natus fuerit, ex besse hæres esto: Ex reliqua parte

vxor

vxor hæres esto. Si verò mihi filia nata fuerit, ex triente hæres esto. Ex reliqua parte vxor hæres estò. Si filius: & filia nati essent, dicendum est assem distribuendum esse in septem partes, vt ex his filius quatuor, vxor duas, filia vnam partem habeat. Ita enim secundùm voluntatem testantis, filius altero tanto amplius habebit quàm vxor. Itē vxor altero tanto amplius habebit quàm filia.

*SIc itaque Iulianus artificiosè simul atque prudenter diuisionem propositam instituit, acutissime ratiocinatus testantem voluisse, vt filius altero tanto amplius haberet quàm vxor, hoc est, bis tantùm, siue duplo magis. Item vt vxor duplo plus haberet, quàm filia. Nā si filius solum nasceretur, bessem, id est vncias octo, haberet, vxor autem reliquas quatuor vncias, qui est triens, quo sublato, pro filia nata sine filio, bessem residuum mater haberet. Et sic vtrobique separatim portionum ratio dupla, quam etiam coniunctim in proposita specie seruari Iureconsultus voluit. Propterea dicitur, assem, hoc est totam hæreditatem, in septem partes distribuendum. Veluti si fuerit vniuersalis bonorum æstimatio facta, ad Aureos mille quadringentos. Partire septies, veniunt in partem Aurei ducenti, & tanti fiet portio filiæ. Matris autē*

*duplo maior, hoc est Aurei quadringenti: quare & portio filij, cùm etiam duplò crescat in matrem, Aureos habebit octingētos. Compone simul omniū partes, scilicet 200. 400. 800, redit summa Aureorum 1400. Cæterum in hac traditione Iuliani Logisticè magis generaliterq; procedes per Regulā ita disponens. Si, 7 habet Aureos 1400, quid 1? quid 2? quid 4? Operare, & idem quod prius inuenies. Hanc Iureconsulti sententiam latius explicui in eo quem nuper edidi libro, de fluuiaticis insulis secundùm ius ciuile diuidendis.*

## Quæstio 61.

In dolio vini pleno tribus locis epistomia disponuntur tali temperamento, vt fusio supremi terminetur sesquihora, depleto quadrante dolij. Ex medij autem profluuio, intra duas horas, sidit vinum exhaustum ad tertias. Infimi verò fluxus dolium vacuat tribus horis. Quæritur, quanto tempore vinum, laxatis simul epistomiis tribus, totum effluxerit?

*IN huiusmodi vestigatione, quo sit expeditior, finge quemlibet alicuius mensuræ numerum in dolio cōtineri, qui tamē per 4, 3, & 2 numeretur, vtpote amphoras 12. Epistomium igitur, quod est infimo*

*infimo loco, duodecim amphoras emittit tribus horis. Et id quod intermedium est amphoras octo, duabus horis. Quare et tribus horis effunderet amphoras duodecim, si permitteret ipsius positura. Ex his igitur duobus epistomiis, eodem tempore, vinum fluit æqualiter. Supremus autem, cùm tres amphoras, qui est vini quadrans, effundat sesquihora, duplicato tempore, hoc est tribus horis, partem dolij supremam vsque ad locum suum, bis effunderet, id est amphoras sex. Sed infimum amphoras duodecim, tribus horis effundit, & medium totidem, sicut ante monstraui. Ratio igitur fusionis in supremo, & ad intermedium, & ad infimum subdupla est, & ad vtrunque simul subquadrupla. Ponentes igitur epistomium supremum esse 1, duo reliqua erunt 4, & tria simul epistomia efficient 5. Partire igitur fusionis supremæ horarium tempus* $1\frac{1}{2}$ *in 5, prouenit horæ particula* $\frac{3}{10}$, *qua defluet pars dolij suprema, amphorarum 3. Residunt adhuc 5 amphoræ superiores epistomio, quod medium est, vnde manant octo amphoræ, duabus horis. Dic ergo. Si amphoræ 8 fluunt horis 2, quid amphoræ 5 ? Inuenies operando hor.* $1\frac{1}{4}$. *Et quoniam procedit fusio duobus locis, diuide* $1\frac{1}{4}$ *in 2, prouenit* $\frac{5}{8}$ *vnius horæ, adde ad* $\frac{3}{10}$, *fiunt* $\frac{37}{40}$ *vnius horæ, quibus fundãtur octo amphoræ. Et adhuc sunt quatuor residuæ, quas epistomium, quod in fundo*

*est*

*est, cum totum dolium vacuet tribus horis, eiiciet vna hora, ad quam adde iam inuentum particulæ tempus* $\frac{17}{40}$, *habebis horã cum particula* $\frac{17}{40}$. *Quo spatio vinum, ex trium simul foraminum apertura, totum defluxerit. Quod erat quæsitum.*

*Est autem in hoc propositi genere quod aduertas. Quamuis supputatio ex hypothesi, ratione, & arte procedat, nequaquam tamen verum omnino consequi potest. Propterea quod ipsa fusio, non ex sola foraminum ratione modum suum recipit, sed in eam pressura multum habet momenti. Nam laxatis simul tribus epistomiis, ipsa pressura, & grauitate, & duratione fit minor, quàm ex infimi solùm apertura. Propter hoc igitur in effusione, neq; tempus, neque modus, à disiunctis ad coniuncta rectè colligitur. Cuiusmodi fallaciam, nullus, quem hucusque legerim, aduertit. Sed quomodo sit occurrendum, nec huius est loci, nec instituti. Et hanc disputationem aliàs peculiari tractatu, de fluentis aquæ mensura, sum prosequutus in Geometricis operibus.*

## Quæstio 62.

In saliente, siphunculus labrum subiectũ replet horis duabus, in cuius fundo sic temperatur epistomium, vt eo laxato, plenum labrum, si nihil influat, depleatur horis tribus.

Labro

Labro autem vacuo, ſi ſimul incipiẽs fluat, & effluat aqua, quæritur, quo temporis ſpatio, labrum replebitur?

*Finge cratera ſubiectum capere menſuras aliquot, vtpote culeos, eo numero qui per 4 et 3 metiatur. Is erit 12. Nunc diſpice, quot emittit culeos epiſtomium apertum, tempore quo crater repletur, hoc eſt, horis duabus, diſponendo Regulam. Si horæ 3 emittunt culeos 12, quid horæ 2? Inuenies operando culeos 8. Cùm igitur horis 2 influant culei 12, & effluant 8, remanent in labro, ſingulis duabus horis, culei 4. Rurſum diſpone Regulam. Si culei 4 occupant horas 2, quid culei 12? Operare & habebis horas ſex, quibus aqua ſaliens, epiſtomio defluente, labrum implebit. Quod erat quæſitum.*

*Hic etiam ſicut antea fuſionis ratio, ſed minori diſcrimine fallit.*

## Quæſtio 63.

Quidam luſor quot Nummos habuit à principio, toties ad aleam venit, toties quoque Nummos ſuos lucro duplicauit, excepto luſu poſtremo, vbi viciſsitudine facta, Nummos perdidit quadringentos, adhuc habens reſiduos quadraginta octo. Quæritur,

quot

quot Nummos ab initio lusor habuit?

*AD quæsitum facilè peruenies ordine retrogrado procedens, in hunc modum. Quoniam vltimus aleæ casus damnum lusori dedit Nummorum* 400, *adde residuum* 48, *fiunt* 448, *quos habuit aleator penultimo lusu, quē nunc dicamus esse secundum. Habuit igitur in tertio Nummos* 224. *In quarto* 112. *In quinto* 56. *In sexto* 28. *In septimo* 14, *quorum dimidium est septem. Dicemus itaque lusorem ab initio septem Nummos habuisse. Quod erat quæsitum.*

*Probationem ordine recto facies, ponens lusorē habuisse Nummos* 7, *quos primo lusu duplicans peruenit ad* 14. *Et item secundo duplicans peruenit ad* 28. *Et ita deinceps duplicando quater, & auferendo* 400, *residuum lusori facies* 48. *Quod erat probandum.*

## Quæstio 64.

Talarium ludum tres ita luserunt, vt statim Primus ab initio lucratus sit semissem pecuniæ Secundi: postea verò Secūdus triētem pecuniæ Tertij: et tandem ipse Tertius quadrantem eius quam attulit Primus in ludum, quo finito quisquis ipsorum centum Aureos reportauit. Quæro, quibus summis

ad

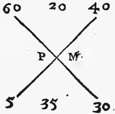
ad talos singuli venerunt?

*QVæstio soluitur per duas positiones, in hunc modum. Pone vt Primus venerit ad ludum cum Aureis quotlibet, vtpote* 60. *Aufer* 15, *quæ est quarta pars quam perdidit, restant* 45. *vt autē compleas* 100, *quos ex ludo reportauit, oportet ad* 45 *addere* 55, *quod est lucrum ipsius, & dimidiū pecuniæ Secundi. Habuit igitur ab initio Secundus Aureos* 110, *& damno facto,* 55. *vt autem habeat centū in fine, adiiciendi sunt* 45 *qui est triens pecuniæ Tertij. Multiplicans igitur* 45 *in* 3, *fient Aurei* 135, *cū quibus ludum Tertius incepit. Aufer inde* 45, *quos perdidit, restant* 90. *Adde lucrum de Primi quadrante, quod fuit* 15, *fiunt Aurei* 105, *quos reportabit Tertius in fine. Habes igitur ex positione* 60 *errorem, Plus* 5. *Fac secundā, ponendo Primum habere Aureos* 40, *omnibúsque dispositis, sicut in priore factum est, inuenies ad finem pro Tertio, Aureos tantùm* 70. *Dat itaque positio secunda errorem, Minus* 30. *Adde primū errorem* 5, *fit errorum differentia* 35. *Quæ quidē se habet ad differentiam positionum, quæ est* 20, *sicut primus error* 5, *ad secundum* 30. *Dic ergo. Si,* 35, *venit ex* 20, *vnde* 30? *Operare, & habebis* $17\frac{1}{7}$. *Itaque si ad positionem secundā, quæ fuit* 40, *addideris* $17\frac{1}{7}$ *fient Aurei quinquaginta*

sept

*septem, & septimæ partis vnius, quos habuit lusor Primus ab initio. Quare & secundum inuenies habuisse, centum quatuordecim cum duabus septimis, Tertium verò, centum viginti octo cum quatuor septimis. Quod erat quæsitum.*

$$57\tfrac{2}{7}$$
$$114\tfrac{2}{7}$$
$$128\tfrac{4}{7}$$
$$\overline{300}$$




*Ad quæstionis huius inuestigationem exemplum operis Lucas non posuit, quod vel imprimis necessarium erat, ne tam se, quàm alios in errorem coniiceret. Sed vsus compendio, operare (inquit) et inuenies Primum habuisse* $44\tfrac{4}{9}$. *Secundum* $111\tfrac{1}{9}$. *Tertium* $133\tfrac{1}{3}$. *Quod omnino falsum esse probatio per additonem facta statim ostẽdit. Adde simul dictos ab eo triũ numeros, fit summa* $288\tfrac{14}{27}$. *Oportet autem hanc summam esse* 30c. *Nihil enim plus, aut minus habere potuerũt ipsi tres simul lusores in principio, quàm in fine. Hoc etiam erratum, paucis quibusdam mutatis, apud alios inueni. Facile siquidem Logistici nostri*

*ſtri errores inter ſe mutuò ſumunt.*

## Quæſtio 65.

Speculatoria turris in portu ab aqua ſurgit in altum ad cubitos centum viginti, pars decima fluctibus alluitur, fundamentorum ſubſtructio parte viceſima conſtat. Quæro, quàm alta ſit à vertice ſummo ad baſim tota ſpecula?

*Cum pars turris ab aquæ ſuperficie, ad terram vſque ponatur eſſe decima, & fundamentorum ſubſtructio viceſima, adde ſimul dictas partes* $\frac{1}{10}$ *&* $\frac{1}{20}$*, fit* $\frac{3}{20}$*. Quoniam igitur pars turris inferior ab aqua deorſum, reperitur eſſe* $\frac{3}{20}$*, ſuperior pars ab aqua ſurſum, erit* $\frac{17}{20}$*. Quæ quidē pars ſuperior ponitur eſſe cubitorum* 120*. Dic ergo: Si* $\frac{17}{20}$ *dant cub.* 120*, quid* $\frac{3}{20}$*? Inuenies operando cubitos* $21\frac{3}{17}$*, adde ad* 120*, fiunt cubiti* $141\frac{3}{17}$*, quæ eſt altitudo turris à ſummitate ad baſim. Vt autem habeas ſeparatim quod aquis tenetur, partire* $141\frac{3}{17}$ *in* 10*, proueniunt cub.* $14\frac{2}{17}$*, quæ pars eſt turris ab aquæ ſuperficie ad terram. Ad ſubſtructionem inueniendam partire rurſum* $141\frac{3}{17}$ *in* 20*, proueniunt cub.* $7\frac{1}{17}$*. Reſpondebis itaque, totius turris altitudinem eſſe cubitorum* $141\frac{3}{17}$*. Subſtructionem cubitorum* $7\frac{1}{17}$*. Quod aquis alluitur, cubitorum* $14\frac{2}{17}$*. Quod erat quæſitum.*

## Quæſtio 66.

Adhibuit ſtructor cœnæ conuiuali perdices, merulas, coturnices, ficedulas, numero quinquaginta, emptas omnes ſimul Nummis centum ſexaginta. Particulatim verò ſtetit perdix ſeptem Nummis, merula duobus, coturnix quatuor, ficedula Nummo. Quæritur auium numerus in ſuo cuiuſque genere ſeparatim?

*QVæſtiones ſimiles duabus poſitionibus ſolui poſſe Lucas aſſerit. Quod eſt mirãdum, vel ex eo maximè, quod operationis quam poſuit exemplo conſtet apertè non eſſe verum. Quidam tamen peculiarem in his regulam magnis ambagibus tradere conati ſunt, non aduertentes iſta variè ſolui. Fiet igitur inueſtigatio modis quibuslibet fortuitis multò facilius, quàm aliàs vllo modo. Neque enim poteſt res incerta, ratione certa conſtitui. Inuenies igitur experiundo, appoſitas conuiuio, perdices octo, merulas quatuordecim, coturnices ſexdecim, ficedulas duodecim. Verum etiam erit dicere, Perdices 9, merulas 8, coturnices 16, ficedulas 17. Item etiam perdices 10, merulas 8, coturnices 14, ficedulas 18. Quod erat quæſitum.*

## Quæſtio 67.

Tres cuniculi, nouem gallinæ, duo capi, Num

Nummis quingenta veneunt. Et eodem pretio gallinæ tres, cuniculi septem, capi sex vēduntur Nummis septuaginta. Quæro quanti stabunt per se, capus, gallina, cuniculus?

*Hic etiam Lucas rationem iniri iubet ad modum præcedentis, nullum tamen operis posuit exemplum. Quod vnum restabat, vt re ipsa teneretur manifestè. Variabit enim se multipliciter in hac Quæstione responsum, ad vnum quodlibet auium genus aliud, atque aliud pretium statuendo. In duorum tamen generum pretiis, propositio constabit optimè, & positionum regulam tenebit. Sed expeditior erit calculus per quadraturam, sicut ostendam suo loco. Nunc autem concludens in proposito dicam, cuniculi pretium fuisse, Nummos 4, gallinæ 3, capi 5 $\frac{1}{2}$. Verum insuper erit, pretium esse cuniculi quidē, Nummos 4 $\frac{4}{9}$, gallinæ, 2 $\frac{26}{27}$, capi 5. Rursum præter hæc rectè constitues valorem, in cuniculo Nūmos 3, in gallina 3 $\frac{1}{12}$, in capo 6 $\frac{5}{8}$. Quod erat quæsitum.*

*Et in omnibus istis probatio fiet experimento.*

4. *Cuni.* 3. 12. 7. 28
3. *Galli.* 9. 27. 3. 9
5 $\frac{1}{2}$ *Capi.* 2. 11. 6. 33
50. 70

## Quæstio 68.

Institor cùm aliquot Smaragdos comparasset, centũ Philippeis, atq; singulos postea vendidisset, Philippeis vndecim, lucrum habuit Philippeos lapillis quos emerat æquales. Quæro numerum gemmarum?

*Pretium datum emptionis partire venditionis numero, dempta monade, hoc est 100 in 10, prouenit decem, qui gẽmarum est numerus. Quod erat quæsitum.*

*In hoc genere quæsiti Stephanus per quadraturam via longa, perplexáque procedit, sic vt perueniat in canonem tertium.*

## Quæstio 69.

Si quis Drachmas decem, quas habet in loculis decimauerit impensa quotidie: Quęritur, quo tempore Drachmarum septem cũ semisse fecerit impendium?

*In hoc proposito longa nimis & implicita disquisitio fiet, si via plana patentique procedas, expensum diurnum colligendo, hoc est, prima die Drachmam, secunda partem decimam Drachmarum nouem, tertia rursum decimam, residui, & ita deinc*

*deinceps. Tali enim progreſſu, tanta ſeſe fragmentorum multiplicatio cōglomerabit, vt exitus inde, non magis quàm ex Dedaleo labyrinto, poſsit inueniri. Augēdus erit ergo datus numerus Drachmarum decem, in tot decades, vt ſine fragmentis decimatio fiat quoties opus erit. Ponamus itaque numerum* 10, *eum eſſe qui figuris quindecim contineatur, ſic* 100000000000000. *Diſpone Regulam. Si numerus Drachmarum* 10 *fiat* 1000000000000000. *quid Drach.* $7 \frac{1}{2}$? *Inuenies operando Drach.* 750000000000000. *Oportet igitur Drach.* 100000000000000 *toties decimare, quouſque omnes illæ decimæ iunctæ ſimul componant* 750000000000000. *Hîc autem infra diſpoſui decimas ordinatim dierum* 14, *quarum ſumma* 77123207545039, *maior eſt, quàm oporteat. Summa autem decimarum tredecim eſt* 74581341716710. *Aufer ex* 75000000000000, *reſtat* 418658283290. *Hoc autem reſiduum impenditur decimoquarto die. Vt verò ſcias quota parte diei. Diſpo. Regulam. Si,* 2541865828329 *impenduntur die* 1, *quid* 418658283290? *Operare, & habebis* $\frac{418658283290}{2541865828329}$. *Hæc autem particula paulo maior eſt vnius horæ ſextante. Dicemus itaque drachmarū ſeptem cum ſemiſſe impēdium fieri, diebus tredecim, & paulo magis vnius horæ ſextante. Quod erat quæſitum*

| | |
|---|---|
| 10000000000000 | |
| 9000000000000 | |
| 8100000000000 | |
| 7290000000000 | |
| 6561000000000 | |
| 5904900000000 | 75000000000000 |
| 5314410000000 | 74581341716710 |
| 4782969000000 | 418658283290 |
| 4304672100000 | |
| 3874204890000 | |
| 3486784401000 | |
| 3138105960900 | |
| 2824295364810 | |
| 2541865828329 | |
| 11688874333039 | |
| 65434333212 | |
| 77123207545039 | |

## Quæſtio 70.

Villatica puella caniſtrum ouorum ad mercatum capite ferens, ab equite prætereũte, in angiportu cõcuſſa, perfregit onus, qui damnum rependere volens, quot oua portabat interrogauit. At illa puellariter numerum

rum ignorans respondit. Cùm oua mea domi bina numerarē, vnum mihi superfuit in fine. Et numerando terna superfuerunt duo, quaterna verò, tria, quina deinde, quatuor, sena quinque, septena tandem computans, nihil residuum habui. Quæritur, quot oua fuerunt in canistro?

*Vix erit in istis regulam posse constitui, inuestigatio tamen recipit artem. Cùm enim proponatur, oua numerando bina, terna, quaterna, quina, sena aliquid semper fuisse superfluum, septena verò nihil superfuisse. Ex hoc colligit Arithmeticus numerum ouorum, qui quæritur, esse imparē atque produci ex multiplicatione 7 in numerum aliquem imparium, qui per 3, & 5 non metiatur. Talium autem numerorum primus est 7, secundus 11, tertius 13, quartus 17. Multiplicans igitur in 7 primum, secundum, & tertium, tentando videbit non respondere proposito, quartus verò 17 ductus in 7, producit 119, qui numerus est impar, eóque diuiso separatim in 2. 3. 4. 5. 6, supererunt ordinè 1. 2. 3. 4. 5, sed diuisione facta in 7, nihil superabit. Dicemus itaque ouorum numerum in canistro fuisse centum decem nouem. Quod erat quæsitum.*

*Inter authores Logisticæ Cardanus Mediolanensis tempore nostro, opus suum minimè Latinum*

*(vt ait) nedum elegans effecit. Et verum quidem de se ipse testimonium perhibet. Nihil enim non modo verbis, sed neque rebus, & sententiis potest esse barbarius. Vnde sibi tamen tantùm arrogat, vt dicere non dubitet, opus suum à nemine reprehendi iure posse. Illos autem multùm arguit erroris qui dicunt quæstionem supradictam carere regula, quam se ipse putat inuenisse, sic inquiens. Quære minimum numeratum à 2.3.4.5.6. Et est 60. Diuide per 7, exit 8, & supersunt 4. Quære igitur numerum qui numeratus à 7 alium numeratum à 4 excedat monade, & hic erit 21. Diuide igitur 20 per 4, exit 5. Multiplica 60 per 5, fit 300, adde 1, fit 301. Et hic est numerus quæsitus, & regula est generalis. Ita tradit Cardanus, sicut alia non pauca, falsè quidem, & procul à vero. Quod experimẽto facili statim patebit. Quærit insuper, cur in principio creauit Deus cœlum, & terram. De procreatione Adam, & Noe. Quomodo Nembrot turrim Babel ad cœlum perducat. Quæ sit duratio mundi. De tribus zelotypis, quomodo noctu traiiciant vxores. De infinito infinities infinito. Et alia multa quæstionibus suis ridiculè tractat. Vt opinionem quandam dubiæ de se ipse sanitatis legentibus iniiciat.*

## Quæstio 71.

Empt

Empturus opſonator coronam turdorum, ſubducta ſecum ratione pecuniæ quam habuit in loculis, comperiebat defuturos ſibi Denarios ſexdecim, emendo capita ſingula Denariis octo, ſuperfuturos autem vndecim, emendo Denariis ſeptem. Quæritur, & quot in corona turdi, & quot in loculis Denarii fuerunt?

*AD hoc erit regula. Adde exceſſum 11 defectui 16, fit ſumma 27, partire in differentiam pretiorum, quæ eſt 1, prouenit 27, qui numerus eſt turdorum. Vt autem habeas Denarios, multiplica 27 in 8, fit 216, aufer 16, reſtat 200, quæ ſumma eſt Denariorum. Quam etiam habebis multiplicando 27 in 7, & ad productum addendo 11. Dices igitur turdos in corona fuiſſe viginti ſeptem, & Denarios in loculis, ducentos. Quod erat quæſitum.*

## Quæſtio 72.

Paraſytus ſymbolis acceptis Drachmarũ quinquaginta, ad opſonandum conuiuium comparauit oſtreas quadraginta, quarum tres ſingulæ grandiores, quinque ſingulas ex minoribus adæquabãt pretio. Quęritur, quot ex oſtrearum numero grandiores, & quanti Paraſytus emerit?

*Adde simul 3 & 5, fit 8. Dispo. Regul. Si 8, esset 40, quid 3? Inuenies operando 15 ostreas grandiores. Fuerunt igitur ex minoribus 25, emptæ Drachmis totidem. Vt autem habeas pretium singulatim ad maiores, partire 25 in 15, prouenit 1 $\frac{2}{3}$. Respondebis itaque, ex ostrearũ numero grandiores fuisse quindecim emptas Drachmis vigintiquinque. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 73.

Duo aliptæ iter faciendo simul cùm iam essent digressuri, emptam cõmuniter à myropola phialam vnguẽti cyatorum octo, per æqualia sibi partiri sunt, nihil aliud ad hoc habentes, præter phialas tres, Primam scilicet, quæ plena fuit, Secundã cyatorum quinque capacem, Tertiam cyatos tres capientem: Quæritur, quomodo fiat huiusmodi partitio?

*Primùm itaque ex phiala plena vnguentum transfunditur in Secundam, & sic habet ipsa prima residuum, tres cyatos, Secunda deinde in Tertiam fusa, duos in se retinet, Tertia postmodum in primam tota refusa, sex cyatos ibidem facit. Secunda rursum duos quos habet cyatos reponens in tertiam vacua remanet. Quam iterum replens phiala Prima, adhuc habet cyatum. Secunda postre*

*postremò illum qui deerat in Tertiam fundens cyatum, quatuor habet in se residuos. Et ita demum repositis tribus cyatis in Primam de Tertia, eandē vnguenti mensuram, scilicet quatuor cyatos habes separatim in phialis Prima, & Secunda. Qui modus est in hac partitione quæsitus.*

*Huiusmodi quæstio, si quibusdam fortasse parum videatur esse Logistica, nunquam tamen non ingeniosa censeri posset. Sed pone nunc ex cyatorum quindecim myrothecio pleno portiones obuenisse tribus æqualiter, mensione facta thecis aliis tribus, Secunda quidem cyatorum nouem, Tertia quatuor, Quarta septē. Diuisionis modus quæritur?*

*Prima theca cyathorum 15 replens Secundam, & Secunda Tertiam, sex in se cyathos, & in Secunda quinque relinquit. Quibus refusis in Quartam, & ex Tertia quatuor in Primam, componuntur ibi decem. Vnde per Secundam auferendo nouem, & ex ea quatuor in Tertiam, deinde & in Primam, ibidem fit vna partium, sicut in Quarta prius, & in Secūda reliquæ. Facta est igitur æqualis vnguenti diuisio tribus. Quam quærebamus.*

## Quæstio 74.

Aurei triginta partiri debent inter duos, ita vt alter habeat dimidium, & alter trientem: Quæro, quænam erunt illæ portiones?

*Part*

*Partitionibus istis formula talis inerit. Adde $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$, fit $\frac{5}{6}$. Disp. Regul. Si $\frac{5}{6}$ habent 30, quid $\frac{1}{2}$, & quid $\frac{1}{3}$? Operare, & inuenies 18, & 12. Vel sic: Vide quænam sit ratio semissis ad trientem, & inuenies sesquialteram, qualis est 3 ad 2. Adde 3 ad 2, fit 5. Dic igitur. Si 5 habet 30, quid 3, & quid 2? Inuenies sicut prius 18, & 12, quorum est ratio sesquialtera. Dicendũ itaque portionem vnius esse Aureos decem & octo, & alterius, duodecim. Quod erat quæsitum.*

*Sed contendat aliquis forsitan, in hoc proposito sensum ita velle, sicut ipsa verba sonare videntur: scilicet vt vna pars sit dimidium 30, quod est 15, & altera triens, qui est 10. Quæ quidem partes rationem habent inter se sesquialteram. Sed hoc esse falsum statim patet. Quoniam 15 & 10 simul faciunt 25, et non 30, quæ summa partiri debuit. Itaque perinde est in proposito, ac si dicas, ex 30 fieri debere portiones duas, in ratione sesquialtera. Sed fortasse melius esset in istis simpliciter, & apertè loqui.*

## Quæstio 75.

Aurei quindecim ita partiri debent, vt vnus habeat semissem, & duos insuper Aurèos, alter verò quadrantem, & amplius tres Aureos: Quæro, quænam erit ista partitio?

*Quæstio*

*Quæstionis sensus habet, vt ex 15 fiant duæ partes quarum maior ad minorem ita se habeat, sicut semis ad quadrantem, quorum est ratio dupla, & deinde ad partem maiorem addatur 2, & ad minorem 3. Imprimis igitur ex numero 15 aufer 2, & 3, eritque residuum 10. Sume, & adde duos quoslibet numeros in ratione dupla, vtputa 2, & 1, fient 3. Disp. Reg. Si, 3 habent 10, quid 2? et quid 1? Inuenies partes 6 $\frac{2}{3}$, & 3 $\frac{1}{3}$, quarũ est ratio dupla. Adde ad maiorẽ 2, et ad minorẽ 3, fiet 8 $\frac{2}{3}$, et 6 $\frac{1}{3}$, quæ simul iunctæ restituũt 15. Non est tamen istarum partium ratio dupla, propterea quod additamenta 2, & 3, non sunt in ea ratione. Dicemus itaque maiorem partium esse octo & bessis, minorem verò sex et trientis. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 76.

Asses quatuor & viginti ita debent partiri duobus: vt vnus habeat trientem, minus septem, alter quadrantem minus quatuor: Quæritur, quænam sint partes?

*Multiplica decussatim $\frac{1}{3}$, & $\frac{1}{4}$, & ipsa producta, quæ sunt 4 & 3 iunge simul, fit 7. Adde rursus 7 & 4 ad 24, fit 35. Disp. Reg. Si 7 habent 35, quid 4? & quid 3? Operare*

*rare & inuenies 20, & 15, vnde ſublatis 7, & 4, fient reſidua tredecim, & vndecim, quæ ſunt partes propoſitæ, ſicut erat quæſitum.*

## Quæſtio 77.

Aureorum duodecim partitio fiat bifariam, ſic vt vnus habeat beſſem, tribus demptis, alter ſextantem, & quatuor amplius: Quæro, quaſnam partes habebunt?

*CVm ſit beſſis ad ſextantem ratio quadrupla, iunge rationis huius duos numeros 4, et 1, fit 5, et ad 12, adde 3, fit 15. Deme 4, reſtat 11, Diſp. Regu. Si, 5 habet 11, quid 4? & quid 1? inuenies 8 $\frac{4}{5}$, & 6 $\frac{1}{5}$. Aufer à maiori 3, & ad minorem adde 4. Habebis portiones Aureorum quinque cum quatuor quintis, & ſex cũ vna quinta. Quod erat quæſitum.*

## Quæſtio 78.

Vir Logiſticus inſtante iam termino vitæ, cum importunè filiorum precibus vrgeretur, & quò quiſquis fratrem præiret ætate, eo ſibi plus relinqui flagitaret, conuocatis omnibus, Sic (inquit) iubeo, vt natu minimus mihi ſit hæres ex ſextante, & centum inſuper Aureos habeat. Et hunc proximè qui præcedit ætate hæres etiam eſto ex ſextante

reſid

residui, cùm ducentûm Aureorum additamento. Et ita deinceps natalium ordine seruato, sextantem residui capiat aliorũ vnusquisque, & amplius centũ Aureos supra fratris additamentum. Defuncto testatore, & asse diuiso secundùm præscriptum, succedunt singuli portionibus æquis: Quæritur, & asis æstimatio, & numerus filiorum?

*SI ex sextante solùm facta esset institutio, as diuisum in sex partes, totidem fratrum multitudinem designaret. Sed facit additamentorum progressus, vt sint vno pauciores. Erit igitur hîc regula semper, vt ex particulæ nomine, quod est 6, auferatur monas, restat 5 pro numero filiorũ. Et Aurei centum in additamento, nihil aliud esse possunt, quàm sextans portionis. Erit igitur ipsa Aureorum 600. Multiplica 600 filiorum numero 5, producuntur in assem Aurei 3000. Dicam igitur æstimationem assis fuisse Aureorum tria millia, & filios cohæredes numero quinque. Quod erat quæsitum.*

*Est autem quod aduertas, in specie simili opus esse partem assis talem constitui, quæ sit monadica, nec maior triente, quoniam pauciores quàm duo hæredes esse non possunt. Atque etiam vt particulæ nomen, qua fit institutio, filiorum numerum, quem*

*quem scit testator, monade semper excedat. Vtpote si fuerint filij nouem, instituantur ex decima, si septem ex octaua, si quatuor ex quinta. Et sic non minus artis habet propositum quàm solutio. Quod erat notandum.*

## Quæstio 79.

Si quis modios octo frumenti Aureis triginta, & viginti Nummis emerit: et eiusdē rationis pretio, decem modij Aurei triginta octo, cum duobus Nummis veneunt: Quæro, quot Nummis valeat Aureus?

*Hic erit vtendum Regula disiunctim, secundùm Nummos, & Aureos, hoc modo. Si octo modij valent Aureos 30, quid modij 10? Operare & inuenies Aur. 37 $\frac{1}{2}$. Dic iterum. Si modij 8 valent Nummos 20, quid modij 10? inuenies Nummos 25. Adde Aureis 37 $\frac{1}{2}$, fit in modios 10 pretium Aureorum 37 $\frac{1}{2}$, cum Nūmis 25. Sed ponitur ipsos decem modios Aureis 38, cum duobus Nummis venisse. Sunt igitur Nummi 25 æquales Aurei dimidio, & duobus Nummis. Aufer vtrinque Num. 2. Restat Nummos 23 Aurei semisse valere: ergo valet Aureus Nummis quadraginta sex. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 80.

Est

Est quidam liber Ciceronis grādioribus literis exaratus, ita vt sint in centum paginis, versus quadraginta singulatim, in versu autem literæ quadraginta quinque. Sed volumen huiusmodi librarius transcripsit minutiore scriptura, chartas implens singulas magnitudine prioribus æquales, centum versibus, literarum quatuor & sexaginta numero singulos: Quæritur, quot paginis sit compactus liber iste posterior?

*Ducito versus 40 in suas literas 45, producuntur in paginam literæ grandiores 1800. Rursum multiplica minutiores versus 100 in suas notas 64, fit in paginam notarū multitudo 6400. Est igitur chartæ posterioris ad priorem ratio, sicut 6400, ad 1800, hoc est in minimis numeris, sicut 32 ad 9. Quæ quidem est tripla superquintupartiens nonas. Hoc habito, Disp. Regu. Si paginæ 32 rediguntur in 9, quid paginæ 100? inuenies 28 $\frac{1}{8}$. Dicemus igitur posterius volumen contineri paginis vigintiocto cum octaua parte vnius. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 81.

Hannibal ex suis militibus quatuordecim millia ducentos octoginta populatum

quotidie mittebat, sic instructos, vt equites cataphractos dimidium exercitus reliqui se quereretur. Numidas verò pars copiarum tertia comitabatur. Cum pedite autē educebantur portione quarta cæteri: Quęro cataphractos, Numidas, pedites quã fuerūt in castris multitudine separatim?

*Quæsitum explicabis inuestigando tres numeros, ex quorum primo semissem ipsius auferens fiat residuum cuiuslibet numeri, quem nunc ponamus esse 12. Item à secundo trientē cum subtraxeris relinquatur 12. & à tertio quadrante sublato remaneat etiam 12. Erit igitur 12 primi quem quærimus numeri dimidium, secundi duæ tertiæ, tertij tres quartæ. Itaque partiendo 12 in singulas dictarū partiū notas, quæ sunt $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, prouenient tres numeri 24. 18. 16, quos adde simul, fit summa 58. Quæ quidem partienda est in 2. Sed si propositum esset de quatuor numeris, talis summa partiretur in 3, & si de quinq; in 4. Et ita semper vno minus quàm sit multitudo numerorum additionis. Partire igitur 58 in 2, fit 29. Ab hoc numero primùm subtrahe positionem 12, restat 17. Deinde & tres inuentos numeros 24. 18. 16, aufer etiam separatim ex 29, fient tria residua 5. 11. 13. Quæ sunt huiusmodi, vt primus numerus 5*

*cum*

*cum secundi & tertij 11 & 13 dimidio, quod est 12, faciat 17. Secundus 11 cum triente 5 & 13, etiam 17, & similiter tertius 13, addito quadrante 5 & 11, dabit 17. Sunt autem hi quatuor numeri 17. 5. 11. 13 proportionales quatuor numeris, quos in proposito quærimus. Ex quibus iam vnus datus est, scilicet 14280, qui numerus est militũ, qui quotidie mittebatur in prædam. Ex hoc igitur ita ratiocinandum. Si milites 17 essent 14280, quid 5? quid 11? & quid 13? Operare & inuenies 4200. 9240. 10920. Respondebis igitur cataphractos equites in castris fuisse quatuor millia ducentos. Numidas nouem millia ducentos quadraginta. Pedites decem millia noningentos viginti. Quod erat quæsitum.*

*Ad probationem modus erit, cataphractorum numerum 4200, iungere cum Numidarum, & peditũ dimidio, quod est 10080, fit summa 14280, Item Numidas 9240, cum peditum, & cataphractorum triente 5040, fit etiam 14280. Item pedites 10920, cum equitum quadrante 3360 compositi, faciunt 14280. Quod erat probandum.*

## Quæstio 82.

Duo imperatores dum inter se configerent, nox prælium diremit, æqualiter vtrinque facta cæde, militum decem millium du-

centorum sexaginta. Suos autem vterque postea recensens, Primus quidem tertia & septima parte trucidatos inuenit, Secundus verò ex centuriis singulis quadraginta desyderauit: Quæro, quibus vterque pugnam copiis separatim inierit?

*IN hoc quæstio tota consistit, duos numeros inuenire, quorū $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{7}$, hoc est $\frac{10}{21}$ vnius sint æquales $\frac{2}{5}$ alterius. Nam 40 de 100, partes sunt duæ quintæ. Ad hanc igitur inuentionem dispone dictarum partium notas, et multiplicatione decussatim facta, prouenient 50 et 42, qui sunt numeri quæsiti.*

$$\begin{matrix} 50 & & 42 \\ \frac{10}{21} & \times & \frac{2}{5} \end{matrix}$$

*Nam ex 50, partes duæ quintæ faciunt 20. Et similiter ex 42, partes decem vigesimæ primæ componunt 20. Sed factæ stragis numerus ponitur esse 10260. Dic igitur. Si 20 essent 10260, quid 42? & quid 50? Operare, & inuenies 21546, & 25650. Dicemus itaque copias Primi fuisse vnum & viginti millia quingentos quadragintasex, Secundi verò vigintiquinque millia sexcentos quinquaginta. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 83.

In libello quem edidi super arca Noe cōputationis genus incidit, quod apud neminem

nem adhuc relatum inueni. Nam ad cibum eorum animalium, quę carnibus vescuntur, oues in arca posui ter mille sexcentas quinquaginta, ex quibus absumebantur in victũ à carniuoris quotidie decem: Quæritur, ad quem numerum ouibus istis pabulum recõdi debuit, vt in annum, nec vltra, sufficeret?

*Hoc autem sic expeditur: Finge singulas pecudum decades absumere quotidie mensuram pabuli quamlibet, vtpote corbem. Oues igitur 3650, in diebus 365, qui est annus, insumũt corbes 133225. Sed quia pro cibatu carnario, pecus in dies decade subducta decrescit, sic & pabuli corbes ab annua summa decrescere debent. Cùm itaq; prima decas à principio data carniuoris corbes deducat æquales numero dierum 365. Secũda autem corbes 364. Tertia verò 363. Et ita deinceps continuè deducta monade, ad finem anni diminutio procedit. Cuius summam vt secundùm regulas progressionum habeas expeditè, sumito dimidium 365, adiecta monade, quod est 183. Multiplica in 365, fit diminutio tota corbium numero 66795. Aufer à corbibus 133225, restant corbes 66430, quibus cibariis istis ouibus opus est in annuum alimentum. Vt autem numerum quæsitum habeas ouium, quibus sufficiant corbes 66430, dispo-*

*Regul. Si corbes 133225 minuuntur ad 66430, quid oues 3650? Operare & habebis oues 1820. Dicendum itaque ad gregem istum trium millium sexcentûm quinquaginta, non plus pabuli parandum, quàm si ab anni principio ad finem vsque fuissent numero semper eodem, capita mille octingenta viginti. Quod erat quæsitum.*

*Probationem facies dicendo. Si oues 10 anno toto impendunt corbes 365, quid oues 1820? Inuenies operando quæ superfuerunt ex diminutione corbes 66430. Quod erat probandum.*

## Quæstio 84.

Margarita primæ bonitatis pendens ceratia duo, Aureis quinque mercatur. Alia verò eiusdem notæ, ceratiorum quatuor, quincuplò pluris, hoc est Aureis vigintiquinque: Quæro, secundùm hanc incrementi formulam, quanti debeat vendi margarita pendẽs octo ceratia? pari bonitate cũ cæteris, quod semper intelligo.

*Quoniam pondus 8 duplum est ad 4, ita & pretium ipsius ad pretium põderis 4, quod est 25, quincuplex esse oportet, ex formula data. Ipsum igitur octonariæ margaritæ pretiũ erit Aureorũ centum vigintiquinq;. Quod erat quæsitum.*

*Ad*

*Ad hoc itaque si quis disponat proportionem duplam continuè à duobus ceratiis incipientem, ad quot libuerit terminos, sed satis erunt septem, & è regione directò proportionem quincuplam, ab Aureorum quinq; principio, totidem terminorum collocauerit, sicut hîc tabellam disposui, statim erit in prõptu vnionum valores cognoscere, quorum pondera cadunt in numeros dupla ratione digestos. Vtpote ceratia sexdecim pretium habere videbis*

| | |
|---|---|
| 2 | 5 |
| 4 | 25 |
| 8 | 125 |
| 16 | 625 |
| 32 | 3125 |
| 64 | 15625 |
| 128 | 78125 |

*Aureos sexcentos vigintiquinq;, ceratia verò 32 Aur. 3125, & ita deinceps. In aliis autem ponderibus, quæ sunt intermedia tabulæ terminis, veluti sunt 3.5.6.7. 9. 12. 20. 24 $\frac{1}{3}$, & similia non sine difficultate, molestiáque procedit opus. Propterea quod istorum pretia ferè non cadunt in numeros, sed in latera numerorum, & quantitates alias, quæ dicuntur irrationales. Verùm res ipsa melius patebit exemplo. Esto datum pondus vnionis ceratiorum vndecim cum triente, cuius pretiũ oporteat inuenire. Cùm igitur pondus 11 $\frac{1}{3}$ cadat inter duos rationis duplæ terminos 8 & 16, ita & ipsius ponderis pretium inter duos quincuplæ rationis terminos 125, & 625 cadere necesse est. Sic*

*igitur in proposito facies. Multiplica 8 in 16, fit 128. Huius numeri latus propinquum est 11 $\frac{1}{3}$. Rursum multiplica 125 in 625, fit 78125. Huius latus prope verum est 279. Itaque cùm inter duo pondera 8, & 16, & inter ipsorum pretia 125, et 625 inueniantur secundùm propinquitatem duo media proportionalia 11 $\frac{1}{3}$ & 279, nihil est quod dubites in margarita pendente ceratia vndecim cum triente ponere pretium Aureos ducentos septuaginta nouem. Quod erat quæsitum.*

*Ratiocinium istud multiplex, atque reconditum, vna quæstione solùm, nec satis legitimè tetigit Lucas, quem & Stephanus, & alij sequuntur ad verbum. Ego autem in operibus Geometricis argumentum de pretio margaritarum, speciatim ædito libro, latius explicui.*

## Quæstio 85.

Seruulus bibax ex amphora vini congiorum octo quotidie furtim congium potitabat, refundens aquæ tantundem in supplementum. Facto autem post diem quintum indicio: quærebatur quantum vini restaret in amphora?

*NVllum adhuc ad inuestigationem hanc cõpendium inueni. Quare procedentes ordinatim*

*natim ratiocinabimur hoc modo. Die prima vini congium ſeruulus hauriens, & tantundem aquæ reponens, ad eam ibi rationem miſturam temperauit, quæ eſt ſeptem ad vnum. Die ſecunda congius hauſtus ad miſturæ iam factæ rationem octaua ſui parte diluitur, & alio rurſum infuſo, reſidet in amphora aquæ cong. 1 $\frac{7}{8}$. Et vini reliquum, ſcilicet cong. 6 $\frac{1}{8}$. Huius temperaturæ ratio eadem eſt, quam habet 49 ad 15. Die tertia congius hauſtus ſcias quantùm aquæ retineat, compoſitis 49 & 15, & ſummæ 64 ſuperſcripto numeratore 15, particulam congialis aquæ facies $\frac{15}{64}$. Iterũ igitur amphora repleta habebit aquæ cõgios 2 $\frac{7}{8}$, demptis $\frac{15}{64}$, hoc eſt, 2 $\frac{41}{64}$, & vini reſiduum, ſcilicet cong. 5 $\frac{23}{64}$. Vnde fit vini ad aquam temperationis ratio ſicut 343 ad 169. Die quarta congius hauſtus ea participat aquam particula, quæ (ſicut ante docui) inuenitur eſſe $\frac{169}{512}$. Poſt refuſionem itaque diluitur amphora cõgiis aquæ 3 $\frac{41}{64}$ minus $\frac{160}{512}$, id eſt, 3 $\frac{159}{512}$, reſidúntque vini congij 4 $\frac{353}{512}$, quo temperamento, vini ad aquam ratio conſtat, prout 2401 ad 1695. Die quinta cõgialis hauſtus miſcellam recipit aquæ portionem $\frac{1695}{4096}$, factóque ſupplemento, vinum totum diluitur aquæ congiis 4 $\frac{159}{512}$, ſubducta portione $\frac{1695}{4096}$, fitq́; reſiduum 3 $\frac{3673}{4096}$. Dicendum itaque poſt diem quintũ furtiuæ potationis, in amphora reſidiſſe quatuor*

*vini congios cum particula $\frac{423}{4096}$, quæ quidem paulò maior eſt dextante congij. Quod erat quæſitum.*

## Quæſtio 86.

Ruſticus caudices ligni nouem, eadem craſsitudine rotundos, funiculo pedũ quinque ſemis concluſos portabat in vrbem. Accidit autem ruptum ligamẽ, facto nodo decurtari, ita vt extra faſciculũ caudices quinque ſupereſſent: Quæro ad quam menſuram decreuerit funis?

*IN hac ſpecie, cùm ſit Geometrica, promptum eſt decipi Logiſten. Vidi enim qui ratiocinandum ita contenderent. Si caudices 9 decreuerunt ad 4, quid pedes 5 $\frac{1}{2}$? Et ſic diſponendo inueniebatur decreuiſſe funis ad pedes 2 $\frac{4}{9}$. Sed multò eſt aliter. Nam funiculus peripheriæ circularis rationem tenet. Circuli autem ſe inuicem habẽt, ſicut quæ ex ipſorum diametris quadrata. Accipe igitur diametri vice peripheriam 5 $\frac{1}{2}$, cuius quadratum eſt $\frac{121}{4}$, & ita regulam diſponito. Si 9 habet quadratum $\frac{121}{4}$, quid 4? Operare, & inuenies quadratum 13 $\frac{4}{9}$, cuius latus eſt 3 $\frac{2}{3}$. Dicendum igitur funiculum, facto nodo decreuiſſe ad pedes tres cum duabus tertiis vnius. Quod erat quæſitum.*

Eſt

*Est autē quod aduertas, si ex regula inuētus numerus non fuerit quadratus, tunc peripheriā quæsitam numero, nisi secundùm propinquitatem, dari non posse. Velut in proposito, si diceretur caudices quatuor extra fasciculum superesse, tunc inueniretur longitudinē nodati funis esse latus* $16\frac{19}{36}$, *quod est paulo minus quàm* $4\frac{1}{10}$, *& plus quàm* $4\frac{1}{11}$.

## Quæstio 87.

Formica ad commeatus hyberni conditu ram sedulò discurrens centum grana frumenti rectè inuicem cubitali spatio disparata reperit. Quæ omnia singulatim, & ordine legens morsu gestando, in cauum suum condidit à primi grani positura cubito distantem: Quæritur quantùm iter in hoc suo labore collectitio formica reptauerit?

*VT sit indagationis istius ratio manifesta, notentur post C numeri quotlibet à monade progressu naturali, vtpote quinque, & sub istis directò singillatim alij totidem à dyade parium progressu, sicut hîc apposui.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| C. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5 |
| | 2. | 4. | 6. | 8. | 10 |

*Finge nunc C cauum esse formicæ, & numeros sequentes grana frumenti, scilicet*

prim

*primum, secundum, tertium, quartum, & quintum, et horum spatia quinque singula protendi cubito. Hinc patet igitur, formicam si ex C ad primum granum accedens reuertatur in C, duorum cubitorum iter emensam. Quod dyade monadi subscripta notatur. Item si ad tertium granum veniens bestiola redeat in foramen C, sex cubitos repsisse, spatia numerando videbis, prout exade triadi subiecta scribitur. Et inde similiter ad quintum accessu & recessu, spatia decem peracta experimento, & decade pentadi subscripta videtur aperte. Ex hac igitur formula certo cognoscimus ad singula grana ordinis numerum itineris mensura duplicari, ac etiam in totius progressionis parium summa omnes simul cubitos haberi. Cùm itaque granum centesimum ducentesimo cubitali modulo recondatur, vt totam ambulationem expeditè conficias, regulis progressionum erit opus, hoc modo. Accipe ex vltimo processus numero 200 dimidiũ id est 100, quod iuncta monade, fit 101. Multiplica in 100, producitur 10100. Dicendum itaque operas simul omnes ambulatorias formicæ pro centum granorum conditura, sicut proponitur, fuisse cubitorum centum supra decẽ millia. Quod erat quæsitũ.*

## Quæstio 88.

Pastor oues singulas vendebat Drachmis octo,

octo, præsenti pecunia: Porculator item sues in capita Drachmis sedecim. Sed permutationẽ pecoris inter se tractando, pastor Drachmarum octo pretium ad duodecim augebat: Quæritur quanti subulcus porcum adiectione faciat? ne sit in damno iusti valoris permutatio.

*Hoc habet negociatorum consuetudo, vt suas merces permutando vicissim pluris faciant, quàm pecunia numerata vendentes. Quod mihi genus quoddam fraudis esse videtur. Vbi damnum facile cadit in alterutrum, nisi prouidenter, & ex arte cautio fiat. Ad quam necesse est primùm legitimam rei valituram intelligi, quanuis dissimuletur. Vt qua parte pretiũ suæ mercis augeat vnus, tali & alter suæ. Sicque manebit eadem post incrementa ratio, quæ fuit prius in ære præsenti. Velut in proposito videmus ouem Drachmarũ octo adiecto semisse quatuor ad duodecim peruenire. Subulcus igitur vt par pari referat, porcũ ex Drachmis sedecim, additis octo, quod est dimidium ad summam quatuor & viginti debet addicere, manebitque sicut 8 ad 16, ita 12 ad 24 ratio subdupla. Quod per regulam inuenitur dicendo. Si ex 8 fit 12, quid fiet ex 16? Operare, et habebis Drachmas quatuor & viginti, ad permutationem suis in duas*

*oues*

oues Drachmarum totidem. Sicut ex venditione porcus duas oues æquabat pretio, hoc est bis octo numerum sedecim. Quod erat quæsitum.

Ad examen operis faciendum ponamus ambos res permutatas numerato vendere iustis pretiis, scilicet pastorem viginti sues Drachmis in capita sedecim, et porcarium oues quadraginta singulatim Drachmis octo. Tantundem igitur argenti reportabit vterque, hoc est Drachmas tercentum viginti. Vnde colligimus certissimè modum conuentionis æqualem, ac neutri damnosum. Et sic ars, siue fraus deluditur arte. Quæ tamen magis est in occulto, vbi pars aliqua pecuniæ præstāda mercibus adiicitur. Velut in conuētione modo relata, si dixerit pastor ex Drachmis in ouem duodecim trientem sibi velle numerari. Ad hoc quæro quanti debeat suarius facere porcum?

Hìc est venditio cum permutatione confusa. Quam sic extricabis. Dispone Regulam perinde ac si de præsenti pecunia nihil actum esset. Si ex Drachmis 8., fiant 12, quid ex 16? Inuenies operando Drachmas in porcum, sicut antea 24. Quod quidē inuentum minus est quàm debeat. Formulam Regulæ sicut nunc est dicta reponito. Et ex duodecim sublato triente, quod quatuor, residuum 8 subscribe

Si. 8. 12. 16. 24.
Si. 4. 8. 16. 32.

nume

*numero 12. Similiter ex octo deductis quatuor, id quod restat 4 pone sub eo qui præcedit numero 8, & tertio numero 16, subscribe etiã 16. Habes igitur Regulã dicendo. Si ex 4 fit 8, quid ex 16? Ope. & inuenies 32. Dicendũ itaque porcum à subulco, ne fraudem patiatur, taxãdum Drachmis duabus & triginta. Quod erat quæsitum.*

*Ad intelligentiam operis ita ratiocinare. Quoties à pastore traduntur oues quatuor, æstimatione drachmarum octo & quadraginta, toties subulcus ..arum trientem, qui est sedecim, conuentionis lege, numerabit, & quod est reliquum pretij, Drachmas duas & triginta dato porco ad id summæ taxato compensat. Vnde fit vt pastor pro quatuor ouibus iustum pretium assequatur, videlicet Drachmas in numerato sexdecim, & ex porco totidẽ. Quæ est æqualitas vtrique sine fraude.*

## Quæstio *89.*

In naui vectores quindecim Christiani, totidéq; Iudei, suborta tẽpestate magna, omni iã desperata salute, de facienda iactura cõueniũt, non solùm merciũ penitus, sed etiã vectorum dimidiæ partis, in hunc modum. Vt fortuitò dispositis omnibus in circulũ, decimus quisquis à Nauarcho numeratus ordine continuo proiiceretur in mare. Sors autẽ ita

ita tulit, vt in Iudaicam nationem cõpleretur decimatio tota: Quæritur dispositionis ordinatio?

*AD inuestigationem istam ars longè minus valet experimento. Quod fiet in hunc modum. Describatur circulus triginta notis omicron, in peripheria tota dispositis, & vnde libuerit initium faciendo progrediens ordinatim decadum finem atramento replebis, ad quindecim vsque. Et ita signa dispositionis ordinem diuerso colore notabunt. Quod erat quæsitum. Neque solum per decades, sed alijs etiam, quibus videbitur numeris vtẽdum, vtputa exadibus, eptadibus, enneadibus, endecadibus, ac reliquis dispositio poterit institui. Inuentionem hanc Logistici non habentes Iudeorum sedes multa loquacitate versibus inculcant.*



Quæstio 90.

Lud

Ludens aleator tesseris quatuor, quæro quibus & quot modis inter se diuersis iacere possit?

*AD hoc erit traditio melior ab ipsis repetita principiis. hoc est ab vna tessera. Ex qua palam est tales & tot iactus inter se diuersos posse fieri, quales & quot sunt numeri quibus sex ipsius quadrata notantur, scilicet 1.2.3.4.5.6, progressu sese naturali sequentes. Quos voco tabulam primã sex punctis distinctam in totidem partes, cuius ordinationem aliæ sequentur. Et primùm tabula secunda duorum ordinum pro duabus tesseris qualem infra subieci, distinctam transuersis lineis in sex partes secundùm progredientes numeros in ordine primo, vbi monas sexies ordinatur, dyas quinquies, trias quater, tetras ter, pentas bis, exas semel. Cùm igitur ordinationes istæ naturaliter progrediantur, promptum erit per regulam ad has peculiarẽ versus omnes de tabula colligere. Quod erit multiplicando 3 in 7, fit summa 21. Id etiam numeratione repetita cognoscitur ex tabula præcedenti. Quæ tota sex notis extenditur, & à parte secunda in finem quinque, item à tertia quatuor, à quarta tribus, à quinta duabus, in sexta vnicam habet. Quæ simul omnes versiculorum summam 21, sicut prius ostendunt. Hinc igitur certò ma-*

*nifestóque colligimus ex duabus tesseris iactus varios, quorum nullus sit alteri similis, vno & viginti, nec amplius, modis quales notantur, fieri posse. Ad tabulam tertiam trium ordinum pro tribus tesseris primam partem faciet secunda, ad similes & totidem quot habet ipsa versiculos monadem præponendo. Hunc ordinem primum in descensu continuabit dyas in parte secunda, ad versiculos quindecim. Deinde & in parte tertia trias ad decem, in quarta tetras ad sex, in quinta pentas ad tres, in vltima exas ad vnum. Et ita sex partibus, sicut & aliæ, tabula constabit. Versiculorum multitudinem indicabunt collecti partium dicti numeri 21.15.10.6.3.1 ad summam quinquaginta sex, quorum ratio particulatim habetur ex tabula secunda. Quæ tota constat versibus 21, à parte autem secunda in finem versibus 15, à tertia decẽ, à quarta sex, à quinta tribus. Vltima verò pars vnicum habet. Sic igitur semper ex tabula præcedenti ad subsequentem versuum multitudo præfinitur.*

| |
|---|
| 21 |
| 15 |
| 10 |
| 6 |
| 3 |
| 1 |
| 56 |

*In quibus etiam perpetuò seruandum, vt æqualis nota numeri, vel maior præcedentem se ipsa sequatur, & nusquam minor. Hæc autẽ cognita, simul cum progressionis ordine faciunt, vt in constructione tabularum adiectione, vel detractione non fiat error.*

*Manifest*

*Manifestum est igitur ex tribus tesseris iactus varios, quales notantur in tabula tertia, quinquagesies sexies, nec vltra, fieri posse. Quartam postremò tabulam quatuor ordinum pro totidem tesseris in proposito faciemus ad singulos versus quinquaginta sex, quales sunt in tertia, monadem præponendo. Quæ pars erit prima tabulæ, & primus ex quatuor ordo. Hunc continuabit dyas ad versiculos 35 principium faciens. Deinde trias ad viginti, tetras ad decem, pentas ad quatuor,*
*exas ad vnum. Hos igitur sex componen-* 56
*do numeros versuū tabulæ summa fit cē-* 35
*tum viginti sex. Quorum ratio singula-* 20
*tim ex tabula tertia finitur, eo modo quē* 10
*in eam ipsam ex secunda monstraui. Di-* 4
*cendum itaque aleatorem quatuor tesse-* 1
*ras dißimilibus inuicem modis cētum sex* ——
*& viginti, quales ostendit tabula quar-* 126
*ta, iacere posse. Quod erat quæsitum.*

*Si quis autem ad tesseras plures, vtpote quinque, & quotquot velit deinceps, iactus inquirat, viam habet præ oculis. Super qua tamen, vt pernoscatur, quædam adhuc pauca subnectam. Partem primam tabulæ quintæ quarta iam descripta faciet, si ad singulos versuum 126 prænotetur monas, ordinem quintum describens. Quem prolongabit dyas tot versiculis quod habet ipsa quarta ex secunda par-*

*te in finem, qui ſunt ſeptuaginta. Similiter & trias verſiculis triginta quinque, tetras quindecim, pentas quinque, exas vnico. Et ſic erit in tabula quinta verſuũ multitudo ducentûm quinquaginta duorum. Quam componunt ſex dicti partium numeri* 126.70.35.15.5.1. *Aliam tabulam pro ſex teſſeris quærendo præcedentium more inuenies contineri verſibus quadringẽtis duobus & ſexaginta.*

## Tabulæ ſequuntur.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Pri-* | 22 | *Ter-* | 136 | 244 | 444 | 1113 |
| *ma.* | 23 | *tia.* | 144 | 245 | 445 | 1114 |
| 1 | 24 | 111 | 145 | 246 | 446 | 1115 |
| 2 | 25 | 112 | 146 | 255 | 455 | 1116 |
| 3 | 26 | 113 | 155 | 256 | 456 | 1122 |
| 4 | 33 | 114 | 156 | 266 | 466 | 1123 |
| 5 | 34 | 115 | 166 | 333 | 555. | 1124 |
| 6 | 35 | 116 | 222 | 334 | 556 | 1125 |
| *ſecū* | 36 | 122 | 223 | 335 | 566 | 1126 |
| *da.* | 44 | 123 | 224 | 336 | 666 | 1133 |
| 11 | 45 | 124 | 225 | 344 | 56 | 1134 |
| 12 | 46 | 125 | 226 | 345 | *Quar-* | 1135 |
| 13 | 55 | 126 | 233 | 346 | *ta.* | 1136 |
| 14 | 56 | 133 | 234 | 355 | 1111 | 1144 |
| 15 | 66 | 134 | 235 | 356 | 1112 | 1145 |
| 16 | 21 | 135 | 236 | 366 | | 1146 |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1155 | 1344 | 2234 | 2455 | 3466 |
| 1156 | 1345 | 2235 | 2456 | 3555 |
| 1166 | 1346 | 2236 | 2466 | 3556 |
| 1222 | 1355 | 2244 | 2555 | 3566 |
| 1223 | 1356 | 2245 | 2556 | 3666 |
| 1224 | 1366 | 2246 | 2566 | 4444 |
| 1225 | 1444 | 2255 | 2666 | 4445 |
| 1226 | 1445 | 2256 | 3333 | 4446 |
| 1233 | 1446 | 2266 | 3334 | 4455 |
| 12[illegible] | 1455 | 2333 | 3335 | 4456 |
| 1235 | 1456 | 2334 | 3336 | 4466 |
| 1236 | 1466 | 2335 | 3344 | 4555 |
| 1244 | 1555 | 2336 | 3345 | 4556 |
| 1245 | 1556 | 2344 | 3346 | 4566 |
| 1246 | 1566 | 2345 | 3355 | 4666 |
| 1255 | 1666 | 2346 | 3356 | 5555 |
| 1256 | 2222 | 2355 | 3366 | 5556 |
| 1266 | 2223 | 2356 | 3444 | 5566 |
| 1333 | 2224 | 2366 | 3445 | 5666 |
| 1334 | 2225 | 2444 | 3446 | 6666 |
| 1335 | 2226 | 2445 | 3455 | |
| 1336 | 2233 | 2446 | 3456 | 126 |

## Quæſtio 91.

De ponderibus ad librã multitudine minima parandis, ſumma qualibet examinis

data, quæri solet, qua ratione temperentur?

*ESto summa data vtpote quadraginta pondo. Quam per omnes suos numeros singillatim examinare proponas, ponderibus quàm paucißimis fieri poßit. Præparentur ex ferro, siue plumbo, aliáve materia, pilæ quatuor ratione tripla grauitatis excedentes sese continuè. Prima quidem vnius libræ, secunda trium, tertia nouem, quarta septem & viginti, quarum sit grauitas si[illegible]do quadraginta. His ita constitutis, sic erit vsus. Primùm enim ad appensionem dua pondo statuitur in vna lance pondus examinandum cum vnius libræ maßula, & in altera ponitur ex aduerso pila secunda pondo trium. Ad quatuor pondo primã pilam simul cum secunda locabis. Ad quinque tertiam, contrapositis cum appensione duabus, prima scilicet atque secunda. Ad sex pondo, vsus erit secundæ contra tertiam. Ad septem, secundæ contra primam, & tertiam. Octo dabit contra primam tertia, & eadem simul cum prima decem, cum secunda duodecim, & vndecim, contrapendente prima. Quam duabus adiungens ad tredecim libramentum perueniet. Ad quatuordecim pilam quartam adhibebis, contralibrantibus, vna cum pondere, tribus. Vnde primam separando ad quindecim procedit examen. Et eandem adiiciendo quartæ,*

libr

*librale pondus accedit, & item aliud, si primam ex aduerso cum tertia, loco secundæ, reponas. Sola verò tertia, cum pondere decem & octo æquilibrium ad vltimam faciet. Cui rursum primam applicabis, tertiam cum appensione relinquẽs, si priorem monade superabit. Ad viginti deinde quarta perueniet, comitante secunda, si fuerit pondus temperatum reliquis duabus. Et ita deinceps (ne fiam reliqua sectando prolixior) ingenio tali pondera pilarum detractione, vel adiectione temperando, pensitationum numeri complebuntur omnes intra summam datam pondo quadraginta. Quod erat in proposito monstrandum.*

*Si libeat vltra pergere, pilam quintam fabricabis, seruata proportione tripla grauitatis continuè cum cæteris, scilicet vnius & octoginta librarum. Vnde procedet examen, numerando singillatim progressu naturali, ad pondo centum viginti vnũ. Sed si fortè videbitur pondera pilarum infrà summam progressionis rescindere, vtputa ad centum, satis erit excessum librarum vnius & viginti ab vltima decurtare, vt sit ipsa librarum sexaginta. Sic igitur cum aliis quatuor examen pondo centũ, nec vltra, complebitur. Ad hæc insuper globulis adiectis, vno quadrantis, & altero selibræ, quadrantalia fragmenta librarum habebis examine toto. Poterunt & in ratione dupla grauitatis*

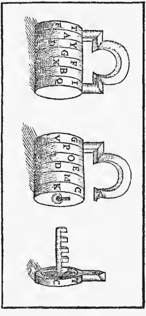
*pilæ temperari, vt sit prima pondere libræ, secunda duarum, tertia quatuor, quarta octo, quinta sexdecim, & ita deinceps, eritque modus ad examen facilior, vt cui contrapositione nulla sit opus, sed additione sola pilarum, plurium tamen quàm in ratione priori.*

*Solent etiã huiusmodi pondera, ingenioso quodã inuento, talibus ex orichalco conoidibus formis abscisis institui, vt maior semper intra se duplo minorem aptè recipiens, & omnes simul congruentes in maximam, vnum sit omnium veluti corpus in pixide concretum. Vnde separatim, siue coniunctim, prout exigit vsus, in libræ lãcem ad examina producuntur. Quænam sit autem deformationis istius ratio explicatur à nobis in eo quem de libra et statera aliàs ædidi libello.*

## Quæstio 92.

Seras quasdam opifices, ære vel ferro, ea subtilitate concinnant, vt & tuto claudant, & claue nulla sit opus ad reserandum, sed artificij solùm notitia parua. Fiunt autem plurimùm forma cylindri in medio ad basim vsque perforati. Quem æquales annuli quatuor versatiles inuestiunt, incisuram tenuem interius habentes singuli. Inter quas ordine recto dispositas clauus inditur foramini

mini congrués,lato capite,cui prominet roſtrum,geritque veluti dorſo denticulos quatuor, ita craſſos & extantes, vt inciſurarum ordinem rectũ facile pertranſeant: qui cũ ſit in occulto literis in ſuperficie connexa circulorum, inciſis, & in nomen aliquod ordinatis agnoſcitur. Quibus quantũlibet modica verſatione turbatis,clauus dẽticulorũ morſu concluſus intra cylindrũ cohibetur, ne poſsit extrahi. Nec patet vnquã egreſſus ad aperturam, niſi ad id



quod prius in ingreſſu nomen literæ reſtituantur. Quas fere ſenas omnis annulus ha-

bere solet. Pluribus tamen aliquando quàm quatuor circulis connectuntur huiusmodi claustra, nec ad vnam solummodo vocem artificis arbitrio constitutam recluduntur, sed ad quancunque libeat claudenti disponere. Finge nunc super organo alterutra ex dictis ratione cõstructo, aperire volẽti clausulæ tesseram excidisse: Quæro quánam arte possit inuestigari, ne cogamur infringere seram?

*AD inueniendum huiusmodi locum aperturæ, necessarium est omnino tabulam ordinare, in qua reuolutionum omnes modi quicunque per quatuor circulos inter se diuersi possunt euenire contineantur, nullo prætermisso. Nam cùm ad vnum aliquem ex omnibus facta sit conclusio, eodem reperto fit reclusio. Sed est hoc adeo longum, & implicitum, vt ad constructionem tabulæ artificio non vulgari sit opus. Quod hucusque tetigit nemo. Procedit enim variatio ad modos vsque mille ducentos nonaginta sex, sicut ex subiectis apparebit. Quare non est etiam vt inuentionem fortuitam quis expectet. Nam (vt ait Cicero de Diuinatione) Quatuor tali iacti casu venerium efficiunt. Num etiam centum venerios, si quadringentos talos ieceris casu futuros putes? Erit igitur inquisitionis ista ratio, quò magis intelligatur à suis inch*

*inchoanda principiis, hoc est ab vnico circulo. Post vnum ad duos veniendum, deinde ad tres. Postremò ad quatuor. Et quamuis literarum figuræ annulis incidantur, attamen, vt sit traditio commodior, nunc intelligere volo vnumquẽque, ex annulis istis loco sex literarum, totidẽ numeros à monade progrediẽtes habere, scilicet 1. 2. 3. 4. 5. 6. Nec est necesse vt progressionis ordo seruetur. Quomodo autem ad literas respondeant postea docebitur. Sed tabula[...]m rationem iam ineamus. Quæ tametsi simile quiddã cum superioribus de tesseris habeant, multum tamen differũt, multipliciúsque procedũt. Erit itaque ad vnicum circulum tabula prima sex notis numerorum progressu naturali, totidẽmque partibus constans, in hunc modum 1. 2. 3. 4. 5. 6. Manifestum est siquidẽ in vno circulo nullã reuolutionis varietatem vltra sex suas literas progredi posse. Ad duos autem annulos tabulã duorum ordinum prima faciet repetita sexies, qui secundus erit ordo, sex suis partibus secundũ repetitiones distinctus. Ordinem primum facient monades in prima parte, dyades in secũda, triades in tertia, tetrades in quarta, pẽtades in quinta, exades in vltima. Et sic erunt versiculi triginta sex. Tertia tabula pro tribus circulis ordinum totidẽ ex secunda procedet reposita sexies, ad singulos versũ in prima parte monadem præponendo, qui primus erit ordo.*

*Quem*

*Quem continuabunt in parte ſecunda, triades in tertia, & item aliæ tres figuræ 4.5.6. eadem multitudine verſuum ſingulæ. Qui fient in ſumma ducenti ſexdecim. Ad poſtremum tabula quarta ordinum quatuor pro totidem annulis, quam quærimus, ex tertia formabitur, aliarum more, repetita ſexies. ſingulis verſuum ducentis ſexdecim monade præpoſita. Qui primus ex quatuor erit ordo, continuè procedens per dyades in parte ſecunda, atque per triades in tertia, & per alias item figuras 4.5.6 ad finem vſque. Quare tabulam quartã implebunt verſiculi mille ducenti nonaginta ſex. Tabulas igitur ordine præſcripto ſubieci. Ex quibus vltima reuolutiones circulorũ quatuor in propoſito quotquot inuicem diuerſæ fieri poſſunt, nulla prætermiſſa monſtrabit. Verſiculorum autem multitudo à prima tabula ad quot libuerit alias ſenaria multiplicatione colligitur in hunc modum. Ducito ſex primæ notas in ſe, hoc eſt 6 in 6, fiũt verſiculi 36, pro tabula ſecunda. Quos iterum in 6 multiplicãs facies 216 pro tertia. Rurſum multiplicãdo 216 in 6, producuntur verſus mille ducenti nonaginta ſex, pro noſtra quam quærimus tabula quarta. Ad quintam autem ſi videbitur, pro quinque circulis ordinem primum ex quinque ſuperiorum traditione conſtitues ad verſiculos ſeptẽ millia ſeptingentos ſeptuaginta ſex. Quod eſt productum*

*ctum ex multiplicatione 1296 in 6. Item quoque deinceps multiplicando 7776 in 6, procedet ad tabulam ſextam verſuum numerus 46656. Quorum omnium notæ pro monadicis habentur. Conſtat igitur huiuſmodi ratio tabularum ex præmiſſis apertiſſimè.*

## Tabulæ ſequuntur.

| Tab. 1. | Tab. 2. | Tabula 3. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 11 | 111 | 211 | 311 | 411 | 511 | 611 |
| 2 | 12 | 112 | 212 | 312 | 412 | 512 | 612 |
| 3 | 13 | 113 | 213 | 313 | 413 | 513 | 613 |
| 4 | 14 | 114 | 214 | 314 | 414 | 514 | 614 |
| 5 | 15 | 115 | 215 | 315 | 415 | 515 | 615 |
| 6 | 16 | 116 | 216 | 316 | 416 | 516 | 616 |
| | 21 | 121 | 221 | 321 | 421 | 521 | 621 |
| | 22 | 122 | 222 | 322 | 422 | 522 | 622 |
| | 23 | 123 | 223 | 323 | 423 | 523 | 623 |
| | 24 | 124 | 224 | 324 | 424 | 524 | 624 |
| | 25 | 125 | 225 | 325 | 425 | 525 | 625 |
| | 26 | 126 | 226 | 326 | 426 | 526 | 626 |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 31 | 131 | 231 | 331 | 431 | 531 | 631 |
| 32 | 132 | 232 | 332 | 432 | 532 | 632 |
| 33 | 133 | 233 | 333 | 433 | 533 | 633 |
| 34 | 134 | 234 | 334 | 434 | 534 | 634 |
| 35 | 135 | 235 | 335 | 435 | 535 | 635 |
| 36 | 136 | 236 | 336 | 436 | 536 | 636 |
| 41 | 141 | 241 | 341 | 441 | 541 | 641 |
| 42 | 142 | 242 | 342 | 442 | 542 | 642 |
| 43 | 143 | 243 | 343 | 443 | 543 | 643 |
| 44 | 144 | 244 | 344 | 444 | 544 | 644 |
| 45 | 145 | 245 | 345 | 445 | 545 | 645 |
| 46 | 146 | 246 | 346 | 446 | 546 | 646 |
| 51 | 151 | 251 | 351 | 451 | 551 | 651 |
| 52 | 152 | 252 | 352 | 452 | 552 | 652 |
| 53 | 153 | 253 | 353 | 453 | 553 | 653 |
| 54 | 154 | 254 | 354 | 454 | 554 | 654 |
| 55 | 155 | 255 | 355 | 455 | 555 | 655 |
| 56 | 156 | 256 | 356 | 456 | 556 | 656 |
| 61 | 161 | 261 | 361 | 461 | 561 | 661 |
| 62 | 162 | 262 | 362 | 462 | 562 | 662 |
| 63 | 163 | 263 | 363 | 463 | 563 | 663 |
| 64 | 164 | 264 | 364 | 464 | 564 | 664 |
| 65 | 165 | 265 | 365 | 465 | 565 | 665 |
| 66 | 166 | 266 | 366 | 466 | 566 | 666 |

Tabula 4.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1111 | 1211 | 1311 | 1411 | 1511 | 1611 |
| 1112 | 1212 | 1312 | 1412 | 1512 | 1612 |
| 1113 | 1213 | 1313 | 1413 | 1513 | 1613 |
| 1114 | 1214 | 1314 | 1414 | 1514 | 1614 |
| 1115 | 1215 | 1315 | 1415 | 1515 | 1615 |
| 1116 | 1216 | 1316 | 1416 | 1516 | 1616 |
| 1121 | 1221 | 1321 | 1421 | 1521 | 1621 |
| 1122 | 1222 | 1322 | 1422 | 1522 | 1622 |
| 1123 | 1223 | 1323 | 1423 | 1523 | 1623 |
| 1124 | 1224 | 1324 | 1424 | 1524 | 1624 |
| 1125 | 1225 | 1325 | 1425 | 1525 | 1625 |
| 1126 | 1226 | 1326 | 1426 | 1526 | 1626 |
| 1131 | 1231 | 1331 | 1431 | 1531 | 1631 |
| 1132 | 1232 | 1332 | 1432 | 1532 | 1632 |
| 1133 | 1233 | 1333 | 1433 | 1533 | 1633 |
| 1134 | 1234 | 1334 | 1434 | 1534 | 1634 |
| 1135 | 1235 | 1335 | 1435 | 1535 | 1635 |
| 1136 | 1236 | 1336 | 1436 | 1536 | 1636 |
| 1141 | 1241 | 1341 | 1441 | 1541 | 1641 |
| 1142 | 1242 | 1342 | 1442 | 1542 | 1642 |
| 1143 | 1243 | 1343 | 1443 | 1543 | 1643 |
| 1144 | 1244 | 1344 | 1444 | 1544 | 1644 |
| 1145 | 1245 | 1345 | 1445 | 1545 | 1645 |
| 1146 | 1246 | 1346 | 1446 | 1546 | 1646 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1151 | 1251 | 1351 | 1451 | 1551 | 1651 |
| 1152 | 1252 | 1352 | 1452 | 1552 | 1652 |
| 1153 | 1253 | 1353 | 1453 | 1553 | 1653 |
| 1154 | 1254 | 1354 | 1454 | 1554 | 1654 |
| 1155 | 1255 | 1355 | 1455 | 1555 | 1655 |
| 1156 | 1256 | 1356 | 1456 | 1556 | 1656 |
| 1161 | 1261 | 1361 | 1461 | 1561 | 1661 |
| 1162 | 1262 | 1362 | 1462 | 1562 | 1662 |
| 1163 | 1263 | 1363 | 1463 | 1563 | 1663 |
| 1164 | 1264 | 1364 | 1464 | 1564 | 1664 |
| 1165 | 1265 | 1365 | 1465 | 1565 | 1665 |
| 1166 | 1266 | 1366 | 1466 | 1566 | 1666 |
| 2111 | 2211 | 2311 | 2411 | 2511 | 2611 |
| 2112 | 2212 | 2312 | 2412 | 2512 | 2612 |
| 2113 | 2213 | 2313 | 2413 | 2513 | 2613 |
| 2114 | 2214 | 2314 | 2414 | 2514 | 2614 |
| 2115 | 2215 | 2315 | 2415 | 2515 | 2615 |
| 2116 | 2216 | 2316 | 2416 | 2516 | 2616 |
| 2121 | 2221 | 2321 | 2421 | 2521 | 2621 |
| 2122 | 2222 | 2322 | 2422 | 2522 | 2622 |
| 2123 | 2223 | 2323 | 2423 | 2523 | 2623 |
| 2124 | 2224 | 2324 | 2424 | 2524 | 2624 |
| 2125 | 2225 | 2325 | 2425 | 2525 | 2625 |
| 2126 | 2226 | 2326 | 2426 | 2526 | 2626 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2131 | 2231 | 2331 | 2431 | 2531 | 2631 |
| 2132 | 2232 | 2332 | 2432 | 2532 | 2632 |
| 2133 | 2233 | 2333 | 2433 | 2533 | 2633 |
| 2134 | 2234 | 2334 | 2434 | 2534 | 2634 |
| 2135 | 2235 | 2335 | 2435 | 2535 | 2635 |
| 2136 | 2236 | 2336 | 2436 | 2536 | 2636. |
| 2141 | 2241 | 2341 | 2441 | 2541 | 2641 |
| 2142 | 2242 | 2342 | 2442 | 2542 | 2642 |
| [illegible] | 2243 | 2343 | 2443 | 2543 | 2643 |
| 2144 | 2244 | 2344 | 2444 | 2544 | 2644 |
| 2145 | 2245 | 2345 | 2445 | 2545 | 2645 |
| 2146 | 2246 | 2346 | 2446 | 2546 | 2646 |
| 2151 | 2251 | 2351 | 2451 | 2551 | 2651 |
| 2152 | 2252 | 2352 | 2452 | 2552 | 2652 |
| 2153 | 2253 | 2353 | 2453 | 2553 | 2653 |
| 2154 | 2254 | 2354 | 2454 | 2554 | 2654 |
| 2155 | 2255 | 2355 | 2455 | 2555 | 2655 |
| 2156 | 2256 | 2356 | 2456 | 2556 | 2656 |
| 2161 | 2261 | 2361 | 2461 | 2561 | 2661 |
| 2162 | 2262 | 2362 | 2462 | 2562 | 2662 |
| 2163 | 2263 | 2363 | 2463 | 2563 | 2663 |
| 2164 | 2264 | 2364 | 2464 | 2564 | 2664 |
| 2165 | 2265 | 2365 | 2465 | 2565 | 2665 |
| 2166 | 2266 | 2366 | 2466 | 2566 | 2666 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3111 | 3211 | 3311 | 3411 | 3511 | 3611 |
| 3112 | 3212 | 3312 | 3412 | 3512 | 3612 |
| 3113 | 3213 | 3313 | 3413 | 3513 | 3613 |
| 3114 | 3214 | 3314 | 3414 | 3514 | 3614 |
| 3115 | 3215 | 3315 | 3415 | 3515 | 3615 |
| 3116 | 3216 | 3316 | 3416 | 3616 | 3616 |
| 3121 | 3221 | 3321 | 3421 | 3521 | 3621 |
| 3122 | 3222 | 3322 | 3422 | 3522 | 3622 |
| 3123 | 3223 | 3323 | 3423 | 3523 | 3623 |
| 3124 | 3224 | 3324 | 3424 | 3524 | 3624 |
| 3125 | 3225 | 3325 | 3425 | 3525 | 3625 |
| 3126 | 3226 | 3326 | 3426 | 3526 | 3626 |
| 3131 | 3231 | 3331 | 3431 | 3531 | 3631 |
| 3132 | 3232 | 3332 | 3432 | 3532 | 3632 |
| 3133 | 3233 | 3333 | 3433 | 3533 | 3633 |
| 3134 | 3234 | 3334 | 3434 | 3534 | 3634 |
| 3135 | 3235 | 3335 | 3435 | 3535 | 3635 |
| 3136 | 3236 | 3336 | 3436 | 3536 | 3636 |
| 3141 | 3241 | 3341 | 3441 | 3541 | 3641 |
| 3142 | 3242 | 3342 | 3442 | 3542 | 3642 |
| 3143 | 3243 | 3343 | 3443 | 3543 | 3643 |
| 3144 | 3244 | 3344 | 3444 | 3544 | 3644 |
| 3145 | 3245 | 3345 | 3445 | 3545 | 3645 |
| 3146 | 3246 | 3346 | 3446 | 3546 | 3646 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3151 | 3251 | 3351 | 3451 | 3551 | 3651 |
| 3152 | 3252 | 3352 | 3452 | 3552 | 3652 |
| 3153 | 3253 | 3353 | 3453 | 3553 | 3653 |
| 3154 | 3254 | 3354 | 3454 | 3554 | 3654 |
| 3155 | 3255 | 3355 | 3455 | 3555 | 3635 |
| 3156 | 3256 | 3356 | 3456 | 3556 | 3656 |
| 3161 | 3261 | 3361 | 3461 | 3561 | 3661 |
| 3162 | 3262 | 3362 | 3462 | 3562 | 3662 |
| [illegible] | 3263 | 3363 | 3463 | 3563 | 3663 |
| 3164 | 3264 | 3364 | 3464 | 3564 | 3664 |
| 3165 | 3265 | 3365 | 3465 | 3565 | 3665 |
| 3166 | 3266 | 3366 | 3466 | 3566 | 3665 |
| 4111 | 4211 | 4311 | 4411 | 4511 | 4611 |
| 4112 | 4212 | 4312 | 4412 | 4512 | 4612 |
| 4113 | 4213 | 4313 | 4413 | 4513 | 4613 |
| 4114 | 4214 | 4314 | 4414 | 4514 | 4614 |
| 4115 | 4215 | 4315 | 4415 | 4515 | 4615 |
| 4116 | 4216 | 4316 | 4416 | 4516 | 4616 |
| 4121 | 4221 | 4321 | 4421 | 4521 | 4621 |
| 4122 | 4222 | 4322 | 4422 | 4522 | 4622 |
| 4123 | 4223 | 4323 | 4423 | 4523 | 4623 |
| 4124 | 4224 | 4324 | 4424 | 4524 | 4624 |
| 4125 | 4225 | 4325 | 4425 | 4525 | 4625 |
| 4126 | 4226 | 4326 | 4426 | 4526 | 4626 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4131 | 4231 | 4331 | 4431 | 4531 | 4631 |
| 4132 | 4232 | 4332 | 4432 | 4532 | 4632 |
| 4133 | 4233 | 4333 | 4433 | 4533 | 4633 |
| 4134 | 4234 | 4334 | 4434 | 4534 | 4634 |
| 4135 | 4235 | 4335 | 4435 | 4535 | 4635 |
| 4136 | 4236 | 4336 | 4436 | 4536 | 4636 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4141 | 4241 | 4341 | 4441 | 4541 | 4641 |
| 4142 | 4242 | 4342 | 4442 | 4542 | 4642 |
| 4143 | 4243 | 4343 | 4443 | 4543 | [illegible] |
| 4144 | 4244 | 4344 | 4444 | 4544 | 4644 |
| 4145 | 4245 | 4345 | 4445 | 4545 | 4645 |
| 4145 | 4246 | 4346 | 4446 | 4546 | 4646 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4151 | 4251 | 4351 | 4451 | 4551 | 4651 |
| 4152 | 4252 | 4352 | 4452 | 4552 | 4652 |
| 4153 | 4253 | 4353 | 4453 | 4553 | 4653 |
| 4154 | 4254 | 4354 | 4454 | 4554 | 4654 |
| 4155 | 4255 | 4355 | 4455 | 4555 | 4655 |
| 4156 | 4256 | 4356 | 4456 | 4556 | 4656 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 4161 | 4261 | 4361 | 4461 | 4561 | 4661 |
| 4162 | 4262 | 4362 | 4462 | 4562 | 4662 |
| 4163 | 4263 | 4363 | 4463 | 4563 | 4663 |
| 4164 | 4264 | 4364 | 4464 | 4564 | 4664 |
| 4165 | 4265 | 4365 | 4465 | 4565 | 4665 |
| 4166 | 4266 | 4366 | 4466 | 4566 | 4666 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 5111 | 5211 | 5311 | 5411 | 5511 | 5611 |
| 5112 | 5212 | 5312 | 5412 | 5512 | 5612 |
| 5113 | 5213 | 5313 | 5413 | 5513 | 5613 |
| 5114 | 5214 | 5314 | 5414 | 5514 | 5614 |
| 5115 | 5215 | 5315 | 5415 | 5515 | 5615 |
| 5116 | 5216 | 5316 | 5416 | 5516 | 5616 |
| 5121 | 5221 | 5321 | 5421 | 5521 | 5621 |
| 5122 | 5222 | 5322 | 5422 | 5522 | 5622 |
| 5123 | 5223 | 5323 | 5423 | 5523 | 5623 |
| 5124 | 5224 | 5324 | 5424 | 5524 | 5624 |
| 5125 | 5225 | 5325 | 5425 | 5525 | 5625 |
| 5126 | 5226 | 5326 | 5426 | 5526 | 5626 |
| 5131 | 5231 | 5331 | 5431 | 5531 | 5631 |
| 5132 | 5232 | 5332 | 5432 | 5532 | 5632 |
| 5133 | 5233 | 5333 | 5433 | 5533 | 5633 |
| 5134 | 5234 | 5334 | 5434 | 5534 | 5634 |
| 5135 | 5235 | 5335 | 5435 | 5535 | 5635 |
| 5136 | 5236 | 5336 | 5436 | 5536 | 5636 |
| 5141 | 5241 | 5341 | 5441 | 5541 | 5641 |
| 5142 | 5242 | 5342 | 5442 | 5542 | 5642 |
| 5143 | 5243 | 5343 | 5443 | 5543 | 5643 |
| 5144 | 5244 | 5344 | 5444 | 5544 | 5644 |
| 5145 | 5245 | 5345 | 5445 | 5545 | 5645 |
| 5146 | 5246 | 5346 | 5446 | 5546 | 5646 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 5151 | 5251 | 5351 | 5451 | 5551 | 5651 |
| 5152 | 5252 | 5352 | 5452 | 5552 | 5652 |
| 5153 | 5253 | 5353 | 5453 | 5553 | 5653 |
| 5154 | 5254 | 5354 | 5454 | 5554 | 5654 |
| 5155 | 5255 | 5355 | 5455 | 5555 | 5655 |
| 5156 | 5256 | 5356 | 5456 | 5556 | 5656 |
| 5161 | 5261 | 5361 | 5461 | 5561 | 5661 |
| 5162 | 5262 | 5362 | 5462 | 5562 | 5662 |
| 5163 | 5263 | 5363 | 5463 | 5563 | 5663 |
| 5164 | 5264 | 5364 | 5464 | 5564 | 5064 |
| 5165 | 5265 | 5365 | 5465 | 5565 | 5665 |
| 5166 | 5266 | 5366 | 5466 | 5566 | 5666 |
| 6111 | 6211 | 6311 | 6411 | 6511 | 6611 |
| 6112 | 6212 | 6312 | 6412 | 6512 | 6612 |
| 6113 | 6213 | 6313 | 6413 | 6513 | 6613 |
| 6114 | 6214 | 6314 | 6414 | 6514 | 6614 |
| 6115 | 6215 | 6315 | 6415 | 6515 | 6615 |
| 6116 | 6216 | 6316 | 6416 | 6516 | 6616 |
| 6121 | 6221 | 6321 | 6421 | 6521 | 6621 |
| 6122 | 6222 | 6322 | 6422 | 6522 | 6622 |
| 6123 | 6223 | 6323 | 6423 | 6523 | 6623 |
| 6124 | 6224 | 6324 | 6424 | 6524 | 6624 |
| 6125 | 6225 | 6325 | 6425 | 6525 | 6625 |
| 6126 | 6226 | 6326 | 6426 | 6526 | 6626 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 6131 | 6231 | 6331 | 6431 | 6531 | 6631 |
| 6132 | 6232 | 6332 | 6432 | 6532 | 6632 |
| 6133 | 6233 | 6333 | 6433 | 6533 | 6633 |
| 6134 | 6234 | 6334 | 6434 | 6534 | 6634 |
| 6135 | 6235 | 6335 | 6435 | 6535 | 6635 |
| 6136 | 6236 | 6336 | 6436 | 6536 | 6636 |
| 6141 | 6241 | 6341 | 6441 | 6541 | 6641 |
| 6142 | 6242 | 6342 | 6442 | 6542 | 6642 |
| 6143 | 6243 | 6343 | 6443 | 6543 | 6643 |
| 6144 | 6244 | 6344 | 6444 | 6544 | 6644 |
| 6145 | 6245 | 6345 | 6445 | 6545 | 6645 |
| 6146 | 6246 | 6346 | 6446 | 6546 | 6646 |
| 6151 | 6251 | 6351 | 6451 | 6551 | 6651 |
| 6152 | 6252 | 6352 | 6452 | 6552 | 6652 |
| 6153 | 6253 | 6353 | 6453 | 6553 | 6653 |
| 6154 | 6254 | 6354 | 6454 | 6554 | 6654 |
| 6155 | 6255 | 6355 | 6455 | 6555 | 6655 |
| 6156 | 6256 | 6356 | 6456 | 6556 | 6656 |
| 6161 | 6261 | 6361 | 6461 | 6561 | 6661 |
| 6162 | 6262 | 6362 | 6462 | 6562 | 6662 |
| 6163 | 6263 | 6363 | 6463 | 6563 | 6663 |
| 6164 | 6264 | 6364 | 6464 | 6564 | 6664 |
| 6165 | 6265 | 6365 | 6465 | 6565 | 6665 |
| 6166 | 6266 | 6366 | 6466 | 6566 | 6666 |

*Ceterum quoniam, vt dictum eſt, in annulis ſcalpuntur literæ, videamus quemadmodum numeris aptentur in tabula quarta. Pone annulum primum ſignari, ſex literis O F C S D A, Secundum aliis totidem V I O A E M. Tertium I D L N V A. Quartum R E I A S T. Et in quatuor exadibus iſtis ſingulatim finge vnamquãque literarum eſſe numerum aliquem exadis 1.2.3.4.5.6, eo quo tibi videbitur ordine, prout in hoc loco tabulam diſpoſui. In qua ſex verſuum literas à ſummis ad infimas ordine legendo, dictiones videbis huiuſmodi, O vir, Fide, Coli, Sana, Deus, Amat. Quibus reſpondent ſuperpoſiti literis numeri hoc ordine, 1364, 3411, 2525, 6243, 5156, 4632. Qui ſunt verſiculi ſex in tabula diſperſi. Alia etiam verba facies ex ſingulis annulorum literã capiẽs aliter quàm prius, vtpote, Fiat, Sile, Diui, Aula. Quas referunt numeri 3432, 6421, 5455, 4323. Volens igitur ſeram aperire is cui ſit clauſulæ nomen ignotum, à primo verſu tabulæ quartæ facies*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3 | 2 | 6 | 5 | 4 |
| O | F | C | S | D | A |
| 3 | 4 | 5 | 2 | 1 | 6 |
| V | I | O | A | E | M |
| 6 | 1 | 2 | 4 | 5 | 3 |
| I | D | L | N | V | A |
| 4 | 1 | 5 | 3 | 6 | 2 |
| R | E | I | A | S | T |

*initium ſingulos ordinatim annulorum reuolutione tentabit, clauum ſemper trahendo donec extrahi poſſit ad a[illegible]rturam. De qua nihil eſt dubitandum,*

*cùm*

*cùm ſit impoſsibile vt extra tabulam cadat. Et ita ſeram reſerando Logiſtes artificis arcànum ingenio ſuperabit. Quod erat propoſitum.*

# LIBER QVINTVS,

De quæſtionibus Logiſticis, quarum ſit ſolutio per quadraturam.

## Quæſtio I.

Scholaſticus Archias interrogatus, quot Nummos haberet in loculis, ita logiſticè reſpondit. Si mihi tantùm adhuc eſſent, quantùm habeo, præterea dimidium, & ipſum inſuper dimidiatum dimidium, vnúſque de tuis accederet, centum poſsiderem. Quæritur quot Nummos Archias habuit?

P*ONE Archiam habuiſſe Nũmos* 1 ϛ. *Adde tantundem, fit* 2 ϛ, *adde rurſum dimidium, fit* $2 \frac{1}{2}$ ϛ, *& iterum dimidiatum dimidium, hoc eſt,* $\frac{1}{4}$ ϛ, *fit* $2 \frac{3}{4}$ ϛ, *adde* 1, *fit ſumma* $2 \frac{3}{4}$ ϛ P 1 [ 100. *Et*

*æquatione facta habes* $\frac{11}{4}$ ℞ [ 99 ]. *Partire 99 in* $\frac{11}{4}$, *hoc est 396 in 11, prouenit 36. Respondebis igitur in loculis Archiæ Nummos fuisse triginta sex. Quod erat quæsitum.*

*Probationem dabit experimentum, hoc modo. Ad Nummos 36 adde tantundem, fit 72. Iterum adde dimidium 36, quod est 18, fit 90. Rursum adde quadrantem 36, hoc est 9, fit 99, quibus addita monade centum efficies. Quod erat probandũ.*

## Quæstio 2.

Quidam Nummis quatuor & sexaginta mercatus est perdices quinq;, gallinas octo, phasianas quatuor, ita vt staret gallina minoris dimidio quàm perdix: phasiana autẽ triplo maioris, & Nummo præterea plus quàm gallina. Quæritur quanti constet separatim, perdix, gallina, phasiana?

*Pone perdicem valere 1 ℞, valebit igitur gallina* $\frac{1}{2}$ ℞, *& phasiana 1* $\frac{1}{2}$ ℞ *P 1. Quare & quinque perdices precium habebunt, 5 ℞, octo gallinæ 4 ℞, phasianæ quatuor 6 ℞ P 4. Adde simul omnium pretia, fit summa 15 ℞ P 4 [ 64. Et æquatione facta remanent 15 ℞ [ 60 ]. Partire in 15, prouenit 4, pretium perdicis, quo dato sequuntur alia. Dicemus itaque, perdicem emptam*

*Nummis quatuor, gallinam duobus, phasianam septem. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 3.

Turdi septem, coturnices duodecim veneunt Sestertiis triginta: et eadem ratione pretij, nouem coturnices, quatuor turdi viginti Sestertiis emuntur: Quæro, quanti per se stabit vtrunque genus auium?

*Pone turdum valere 1 ϱ, igitur turdi 7 valebunt 7 ϱ, quare & coturnices 12 valebunt 30 M 7 ϱ. Vt autem habeas valorem coturnicum 9, dispone regulam. Si coturnices 12 valent 30 M 7 ϱ; quid coturnices 9? Operare et habebis 22 $\frac{1}{2}$ M 5 $\frac{1}{4}$ ϱ [ 20 M 4 ϱ. Et æquatione facta restat 2 $\frac{1}{2}$ [ 1 $\frac{1}{4}$ ϱ ]. Partire 2 $\frac{1}{2}$ in 1 $\frac{1}{4}$, hoc est 20 in 10, prouenit 2, quod est pretium turdi. Respondebis igitur turdos vndecim valere Sestertios 22, & coturnices 21 Sester. viginti octo. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 4.

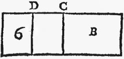
Quidam emptis aliquot pomis, secum ratiocinatus inuenit, lucraturum se Denarios quatuor, si paria singula venderet Denario. Vendendo autem semisse Denarij perditu-

rum

rum Denarios duos: Quæro, quot poma, & quot Denariis empta sint?

*Pone empta fuisse poma 1 ς. Vende singula duo poma Denario, hoc est, partire 1 ς in 2, prouenit $\frac{1}{2}$ ς. Aufer lucrum 4, restat sors $\frac{1}{2}$ ς M 4. Rursum partire 1 ς in 4, prouenit $\frac{1}{4}$ ς, adde damnum 2, fit sors $\frac{1}{4}$ ς P 2 [ $\frac{1}{2}$ ς M 4. Et æquatione facta habebis 1 ς [ 24 ]. Dic igitur empta fuisse poma quatuor & viginti, Denarios octo. Quod erat quæsitum.*

*Aliter. Ex ipsa venditione pomorum satis intelligimus numerum bipartitò, & quadripartitò æqualiter diuidi. Lucri autẽ & damni summa 6, est partiũ*




*differentia: quibus cognitis, pone numerum pomorum esse in orthogonio B, quem diuide per æqualia in signo C, & ipsius dimidium rursus per æqualia in D. Et quoniam partium differentia 6 orthogonij quadrante conficitur, ipsum totum est 24, qui fuit pomorum numerus. Quem oportuit inuenire. Cæterum tale ratiocinandi genus, magis est Geómetræ quàm Logistici.*

Quæst

# Quæstio 5.

Idem iterum nucibus emptis supputauit, vendendo nucum tesseredecades singulas Denario, se perditurum Denarium minus quatuor nucibus. Sed vendendo duodecim Denario, se lucraturum nuces duas: Quæritur, quo numero precióque nuces emerit?

*IN hoc primùm inspici debet, nuces istæ quatuor ex damno Denarij quid auferant, consyderando quòd cùm ex nucibus tessera decades singulæ venduntur Denario, ipse totus numerus partitur in 14, et huius partitionis superfluũ, quod ponitur esse 4, particulæ nomẽ accipiet ex partitore 14. Erũt igitur quatuor istæ nuces $\frac{4}{14}$ hoc est $\frac{2}{7}$ vnius Denarij. Aufer ex Denario $\frac{2}{7}$, restat $\frac{5}{7}$ Denarij, quod erit damnũ ex venditione priori. Et eadem ratione lucrum, duas nuces videbis esse sextantem Denarij. Vult itaque propositum ex priori venditione dammum fieri $\frac{5}{7}$ Denarij: ex secunda verò lucrum $\frac{1}{6}$ Denarij. His cognitis, procedes vt in præcedenti. Ponendo nuces emptas fuisse 1 ρ, partire in 14, fit $\frac{1}{14}$ ρ, adde damnum $\frac{5}{7}$, fit sors $\frac{1}{14}$ ρ P $\frac{5}{7}$. Rursum partire 1 ρ in 12, fit $\frac{1}{12}$ ρ, aufer lucrũ $\frac{1}{6}$, restat sors $\frac{1}{12}$ ρ, M $\frac{1}{6}$ [ $\frac{1}{14}$ ρ P $\frac{5}{7}$. Et æquatione facta $\frac{1}{84}$ ρ [ $\frac{17}{42}$. Fac æquation*

*tionẽ secundã multiplicando primã decussatim, et habebis 42 ℞ [3108]. Partire in 42, prouenit 74, pro nucibus emptis. Vt autem habeas pretium, partire 74 in 14; prouenit 5, adde damnũ, hoc est 1, fiunt Denarij 6. Dicas igitur nuces emptas numero septuaginta quatuor, pretio Denariorum sex. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 6.

Fur in regia surreptis aliquot Aureis, ... tagens de fuga, ipso vultu suspectus ianitori remoranti, furtiuæ pecuniæ semissem, & tres insuper Aureos, velut offam cani latranti, callidus obiecit. Secundo præterea ianitori eius quod supererat pecuniæ trientẽ, & quatuor amplius Aureos obtulit. Tertio demũ ianitori porrecto quadrante residui, minus Aureo, securus abiit, reliquos adhuc habens Aureos centum: Quæritur, quot primùm fur inuolauit Aureos?

*Pone furem inuolasse Aureos 1 ℞. Aufer semissem P 3, restat $\frac{1}{2}$ ℞ M 3. Aufer trientem P 4, remanet $\frac{1}{3}$ ℞ M 6, detrahe quadrantem M 1, relinquitur $\frac{1}{4}$ ℞ M 3 $\frac{1}{2}$ [100. Et per æquationem $\frac{1}{4}$ ℞ [103 $\frac{1}{2}$. Ad postremùm ex æquatione secunda multiplicando decussatim*

*ſatim, habebis* 2 ρ [ 828.] *Partire in* 2, *prouenit* 414. *Fur igitur à principio ſurripuit Aureos quadringentos quatuordecim. Quod erat quæſitum.*

## Quæſtio 7.

Cùm ex prædatitia pecunia inter piratas Aureorum ſumma quingentorum in duas partes æqualiter diuidenda foret, ſuborta rixa, rapuit vterque quod potuit. Sedato poſtea ab Archipirata tumultu, depoſuit alter ex rapto ſemiſſem, & alter quadrantem, quibus inter ſe diuiſis æqualiter, tulit vterque, ſicut primùm debuit, ſummæ totius dimidium: Quæro, quot Aureos ipſorũ vterq; rapuit in tumultu?

*NEceſſe eſt in propoſito, æqualia fuiſſe duo reſidua, facto rapturæ depoſito, quod diuiſum per æqualia, duas facit ex toto partes æquales. Nam ſi æqualibus addantur æqualia, tota quoque fiunt æqualia. Vnde procedit formula talis. Duos numeros in ratione ſeſquialtera reperire qui iuncti ſimul faciant* 500. *Pone minorem eſſe* 1 ρ, *erit ergo maior* 1 $\frac{1}{2}$ ρ. *Adde* 1 ρ, *fit ſumma* 2 $\frac{1}{2}$ ρ [ 500. *Et æquationem ſecundam faciendo, habes* 5 ρ [ 1000 ]. *Partire in* 5, *prouenit* 200, *quæ eſt vnius rapina, quare & alterius erit* 300. *Dices*

*ces igitur alterum rapuisse Aureos ducentos, & alterum trecentos. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 8.

Aureorum summa tercentum quadraginta octo, tribus æqualiter latronibus partiri debuit. Sed inter ipsos, facta controuersia, totum confusè diripitur. Composita tandē lite, placuit vt ex rapto singuli reponerent, Primus quidem semissem, Secundus trientem, Tertius quadrantem. Quibus inter se distributis æqualiter, Aureos quisquis (sicut debuit) centum sexdecim reportauit: Quæro, quanta fuerit singulorum rapina?

*IN hac ratione, sicut in præcedenti, æqualia sunt inter se post restitutionem residua. Vnde fit, vt ex raptura Tertij tres quartæ sint æquales duabus tertiis rapturæ Secūdi, & huius duæ tertiæ æquales dimidio rapinæ Primi. Vt autem inuenias in qua ratione sint rapinæ tertia ad secundam: dispositis* $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ *decussatímque multiplicatis, fient 8 & 9. Quare secunda ad tertiam rationem habet sesquioctauam. Et eadem via reperitur prima ad tertiam in ratione sesquialtera, hoc est, multiplicando decussatim* $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$. *His cōgnitis, pone tertiam esse 1 ϱ, erit igitur secunda 1* $\frac{1}{8}$ *ϱ, & prima*

*ma* $1 \frac{1}{2}$. *Adde ſimul trium rapinas; fit ſumma* $3 \frac{5}{8}$ ς [348. *Et æquationem ſecundam faciens habebis* 29 ς [ 2784 ]. *Partire in* 29, *prouenit* 96, *pro raptura Tertij, qua data ſequuntur aliæ. Dices itaque rapinam Primi fuiſſe Aureos centum quadraginta quatuor, Secundi centũ octo, Tertij nonaginta ſex. Quod erat quæſitum.*

## Quæſtio 9.

Tria in naui dolia vino plena, ſalo iactata funduntur: quorum primum amphoras capiebat quatuordecim vini Græci; Secundum viginti octo vini Falerni, Tertium quinquaginta ſex vini Trebulani: & ex ea miſtura replẽtur dolia rurſum. Quęro, quid ex vnoquoque vini genere ſit in dolia ſingula refuſum?

Q*Vemadmodum in tribus doliis antequàm fundantur vini Græci ratio ſubdupla eſt ad Falernum, & ad Trebulanum ſubquadrupla, ita & poſt confuſionem, in vnoquoque doliorum ſeparatim talis ratio perſeuerat. Pone igitur in dolio primo amphorarum* 14, *poſt confuſionem eſſe vini Græci* 1ς, *erit ergo in eodem Falerni* 2 ς, *& Trebulani* 4 ς. *Compone tria vina ſimul, fit ſumma* 7 ς [ 14 ]. *Partire in* 7, *prouenit* 2, *qui nu-*

*y*

*merus est amphorarum vini Græci in dolio primo. Quare & ex rationibus datis, erunt in eodem Falerni 4, & Trebulani 8. Quæ iunctæ simul faciunt amphoras 14. Rursum in dolio secundo amphorarum 28. Pone vt sit vini Græci 1 ϱ, erit igitur in eodem Falerni 2 ϱ, & Trebulani 4 ϱ. Adde simul, fit 7 ϱ [ 28 ]. Partire in 7, prouenit 4, pro numero amphorarum vini Græci in dolio secundo. Quare & in eo ipso erunt ex Falerno amphoræ 8, ex Trebulano 16, quæ iunctæ simul complent amphoras 28. Et eadem via, seu etia[illegible] dua colligendo, trium generum misturam in vltimo dolio reperies. Dicemus itaque in doliorum Primum refusum vini Græci amphoras duas, Falerni quatuor, Trebulani octo. In Secundum vini Græci quatuor Falerni octo, Trebulani sexdecim. In tertium Græci octo, Falerni sexdecim, Trebulani triginta duas. Quod erat quæsitum.*

*Habita etiam mistura cuiuslibet ex doliis, habebitur & reliquorum, quoniam ratio misturæ non tantùm seruatur in confuso, sed etiam inter dolia generibus separatis, sicut ex solutione facta videmus.*

*Dabis præterea quæsitum ex Regula, more societatis, hoc modo. Cùm tria simul dolia capiant amphoras 98. Dispone Regulam. Si inter amphoras 98 sint vini Græci amphoræ 14, quid inter 14?*

quod

*quod est dolium Primum. Operare, & inuenies vini Græci amphoras duas sicut anteà. Et sic in aliis.*

## Quæstio 10.

Duo nauigantes naulum cum nauarcho pepigerunt Aureos octoginta quatuor, hoc adiecto, vt quotquot vellet alios ipse vectores reciperet, dummodo ex superueniẽtium vectura dimidium ipsi duo participarent. Accidit autem tres alios superuenisse, pacto [illegible]uento, vt ipsi tres cum prioribus sortem candem nauli subirent. Expleta nauigatione, quæro, quid pro vectura singuli nauiculario debeant?

*AD quæsitum pertinges positionum regula, sed longo circunductu, quærendo quinque numeros inuicem æquales, quorũ duo ex ipsis cum reliquorum trium dimidio faciant 84, quos per quadraturam statim habebis. Pone vnum ex talibus numeris esse 1 ℞, erunt igitur omnes simul 5 ℞, quorum duo sunt 2 ℞, adde dimidium reliquorum trium ad 2 ℞, hoc est $1\frac{1}{2}$ ℞, fit summa $3\frac{1}{2}$ ℞ [ 84. hoc est, 7 [ 168 ]. Partire in 7, prouenivnt Aurei 24, pro naulo singulorum. Quod erat quæsitum.*

*Probatio. Sic enim duo priores dabunt 48, et*

y 2

*tres posteriores 72, aufer dimidium pro lucro nauarchi, restant 36, iunge ad 48, fit summa 84, pro naulo duorum conuento. Quod erat probandũ.*

## Quæstio 11.

Duo mercatores pro lana sua vecturam nauiculario persoluerunt. Primus quidem in saccos triginta positos in naui, duos saccos, & insuper Aureos sex: Secũdus pro saccis quinquaginta, saccos quinque, restitutis à nauarcho decem Aureis: Quæro, quanti fuit saccus, & ipsius naulum?

*Pone saccum valere 1 ϱ. Fuit ergo pro saccis 30, naulum 2 ϱ P 6. Partire in 30, prouenit $\frac{2}{30}$ ϱ P $\frac{6}{30}$, quod est naulum vnius sacci. Secundus quia pro naulo dedit saccos 5, receptis Aureis 10, fit in saccos 50 naulum 5 ϱ M 10, partire in 50, prouenit $\frac{5}{50}$ ϱ M $\frac{10}{50}$, quod est etiam naulum vnius sacci. Habes itaque $\frac{2}{30}$ ϱ P $\frac{6}{30}$ [ $\frac{5}{50}$ ϱ M $\frac{10}{50}$. Et æquatione facta, restat 5 ϱ [ 60 ]. Partire in 5, proueniunt Aurei 12, quos valet saccus. Cùm igitur duo sacci valeant Aureos 24, iunctis 6, fiunt Aurei 30 pro naulo saccorum totidem. Quare cadit in saccos singulos Aureus. Dic ergo pretium lanæ in saccum Aureos fuisse duodecim. Et Aureum pro naulo in singulos. Quod erat quæsitũ.*

*Aequa-*

*Aequationis huius formula sic habet. Multiplica decussatim* $\frac{2}{30ρ}$ $\frac{5}{50}$. *Aufer* 100 *ex* 150, *restat* 50ρ. *Rursum multiplica decussatim* $P\ \frac{6}{30}\ M\ \frac{10}{50}$, *& duo producta, quæ sunt* 300 *&* 300, *adde simul, fit summa* 600. *Habes igitur* 50ρ [600]. *Vel quod idem valet* 5ρ [60].

$$\begin{array}{ccc} 100 & 150 & \\ \frac{2}{30ρ} & \times\ \frac{5}{50} & \begin{array}{r}150\\ \underline{100}\\ 50\end{array} \end{array} \qquad \begin{array}{ccc} 300 & 300 & \\ P\,\frac{6}{30} & \times\ \frac{10}{50}\,M & \begin{array}{r}300\\ \underline{300}\\ 600\end{array} \end{array}$$

*Hæc etiam inuestigatio expeditior erit in hanc formam Numerum inuenire, qui ductus in* 5 *duplo plus efficiat, quàm si idem ducatur in* 2, *& ad productum iungatur* 6. *Pone talem numerum esse* 1ρ, *duc in* 5, *fit* 5ρ, *duc iterum* 1ρ *in* 2, *& producto iunge* 6, *fit* 2ρ P 6, *duplica fit* 4ρ P 12 [5ρ. *Et æquatione facta, restat* 1ρ [12]. *Qui numerus est Aureorum, sicut antea, in sacci pretium. Ex huiusmodi formulis, compendia calculi sequuntur, sed ratio fit obscurior.*

## Quæstio 12.

Mæuius vaccam prægnantem vendit Titio ea lege, vt si vitulam pariat, quadraginta soluat Titius, si verò vitulum, quadraginta-

quinque. Et de pretio quidem vaccæ conuenit inter eos, vt esset triplum ad vitulam, ad vitulum verò duplum. Exacto tempore, vacca peperit gemellos, masculum, & fœminã: Quæritur, quantùm debeat Titius Mæuio.

*Pone vt vacca sit 1 ρ, erit igitur vitula $\frac{1}{3}$ ρ. Habes itaque 1 $\frac{1}{3}$ ρ [ 40. Hoc est 4 ρ [ 120 ]. Partire in 4, prouenit 30, pro vaccæ pretio, quod cùm sit triplum ad vitulam, ad vitulum verò duplum, fiunt ipsorum pretia gemellorũ 10 & 15, quibus iunctis ad 30, fit in summã quinquaginta quinque, quantum debet Titius Mæuio. Quod erat quæsitum. Hoc etiam ex positionis regula poterit absolui, quod alias fecimus in operibus geometricis titulo ad legem Iuliani Iureconsulti, Si ita scriptum.*

## Quæstio *13*.

Negociator Lugdunum profectus ad nũdinas lucrum fecit Aureorum quadraginta: Lutetiam deinde petens lucrũ fecit iterum ad rationem prioris. Postremò reuersus Lugdunum, ibi lucratur ad rationem qua prius Aureos Nonaginta: Quæro, quot Aureis à principio negociator mercaturã instituit, & quot habuit in fine?

*Quon*

*QVoniam hîc sunt tria lucra proportionalia, quod fit ex ductu primi in tertiū, æquale est ei, quod fit ex ductu secundi in se. Duc igitur 40 in 90, fit 3600. Huius ergo numeri tetragonicum latus, scilicet 60, est lucrum secundū. Oportet autem & ipsis tribus lucris sortes suas esse proportionales. Quod fit igitur ex ductu primi lucri in sortem secundam, æquale est ei, quod fit ex ductu primæ sortis in lucrum secundum. Pone vt prima sors sit 1 ρ, erit ergo secunda 1 ρ P 40, quam multiplica in primum lucrū 40, fit 40 ρ P 1600. Rursum ducito primam sortem 1 ρ in lucrum secundum 60, fit 60 ρ [ 40 ρ P 1600. Et æquatione completa, habes 2 ρ [ 160 ]. Partire in 2, prouenit 80, pro prima sorte. Quare secunda erit 120, tertia 180, quarum inter se ratio est sesquialtera, sicut & lucrorum inter se. Cùm autem sors tertia sit 180, adde lucrum tertium 90, fit summa 270. Dicemus itaque negociatorē à principio cum Aureis octoginta mercaturam instituisse, & ad finem Aureos habuisse, ducētos septuaginta. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 14.

Si septem oua, minus Denario, valent Denarios octo, & amplius ouum: Quæro, quanti sit ouum?

*Pone vt ouum valeat 1 ρ, igitur oua 7 valent 7 ρ M Dena. 1. Habes itaque 7 ρ M 1 [ 8 P 1 ρ. Et æquatione facta remanet 6 ρ [ 9 ]. Partire in 6, prouenit 1 $\frac{1}{2}$. Dic igitur ouum valere sesquidenario. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 15.

Si poma nouem, minus pyro, valēt Denariis tredecim, & pyra quindecim, minus pomo, Denariis sex: Quæro, quāti sit pomum & pyrum?

*Pone vt pomum valeat 1 ρ. Igitur poma 9 valent 9 ρ, à quibus aufer 13, restant 9 ρ M 13 pro valore pyri. Multiplica 9 ρ M 13 in pyra 15, fit 135 ρ M 195, aufer 1 ρ, restant 134 ρ M 195 [ 6. Et æquatione facta 134 ρ [ 201 ]. Partire in 134, prouenit 1 $\frac{1}{2}$, qui valor est pomi. Quare poma 9 valent Den. 13 $\frac{1}{2}$, valet ergo pyrum Denar. $\frac{1}{2}$. Respondebis itaque, pomū valere sesquidenario, & pyrum semisse Denarij. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 16.

Tres rustici de tribus aceruis frumenti æqualibus inuicem, debitum creditori soluerunt portionibus æquis, in hunc modū. Primus quidem de suo tradidit aceruo decimā partem

partem,& Nummos præterea quinquagintaquinque, Secundus item de ſuo ſeptimam partem, acceptis à creditore Nummis quinquaginta, Tertius dedit modios frumenti ſexaginta: Quæro, quanti fuit viritim debitum,& quanti modius,& quot in aceruo cuiuſque fuerunt?

*Pone aceruum valere 1 ϱ. Primus igitur ſoluit* $\frac{1}{10}$ *ϱ P 55, et Secũdus* $\frac{1}{17}$ *ϱ M 50. Huiuſmodi* [illegible]*em ſolutiones proponuntur æquales. Habes igitur æquatione facta 3 ϱ [7350]. Partire in 3, prouenit 2450, qui valor eſt acerui. Iſtius ergo ſummæ decima pars, quæ eſt 245, cum additamento Nummorum 55, facit Nummos 300, quãti fuit debitum ſingulorum. Quare modij 60, quos dedit Tertius, valent Nummos 300. Vt autem ſcias modiorum numerum in aceruo. Dic. Si Nummi 300 valent modios 60, quid Nummi 2450? Operare, & inuenies 490. Ad habendum quanti ſit modius, partire Nummos 300, in modios 60, prouenit 5. Dicendum itaque debitum ſingulorum fuiſſe, Nummos tercentum, & precium modij Nummos 5, & in aceruo ſingulorum modios fuiſſe quadringentos nonaginta. Quod erat quæſitum.*

## Quæſtio 17.

Si decem pipiones valore Denarios qua-

draginta tantùm excedunt, quantùm pipiones duodecim pretio Denariorum septuaginta superantur: Quæro, quanti constet pipio?

*Pone pretium pipionis esse 1 ϱ, erit igitur pipionum 10 pretium 10 ϱ. Quod quidem sicut proponitur, excedit 40, vt autem habeatur excessus, aufer 40 ex 10 ϱ, restat 10 ϱ M 40. Deinde pipiones 12 valent 12 ϱ, quod est minus quàm 70. vt habeatur defectus, ex 70 aufer 12 ϱ, restat 70 M 12 ϱ. Est autem excessus æqualis defectui. Habes igitur 70 M 12 ϱ [ 10 ϱ M 40, & æquatione facta, restat 11 ϱ [ 55 ]. Partire in 11, proueniunt Denarij quinque, precium pipionis. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 18.

Iustinus puer nuces habens septingentas, pomis aliquot cum Lucio permutauit, numeratis in singula nucibus totidē, quot ipsa numero poma fuerunt, & datis insuper nucibus quatuor & viginti. Quæro, quot Lucius poma dederit pro nucibus?

*Pone Lucium habuisse poma 1 ϱ, duc in se, fit 1◊, adde 24, fit 1◊ P 24 [ 700, & æquatione facta, restat 1◊ [ 676 ]. Huius tetragonicum*

*nicum latus est 26. Dicemus igitur Lucij poma fuisse viginti sex. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 19.

Negociator in mercationibus suos primùm Nummos lucro duplicauit, & impendit duodecim, reliquum deinde triplicauit, & impendit quindecim. Ad postremùm quadruplicauit, impensis quatuordecim, atque tandem inuenit lucrum Nũmos duodecim: Quæritur, quot à principio Nummos habuit mercator?

*Pone Nummos habuisse 1 ϱ, duplica, fit 2 ϱ, aufer expensum 12, restat 2 ϱ M 12, triplica, fit 6 ϱ M 36, aufer expensum 15, hoc est, adde 15 ad M 36, remanet 6 ϱ M 51. Hoc autem quadruplicās, et auferēs 14, residuum facies 24 ϱ M 218. Aufer inde sortem 1 ϱ, relinquitur 23 ϱ M 218 [ 12. Et æquatione facta, habes 23 ϱ [ 230 ]. Partire in 23, proueniunt Nummi decem, quos à principio mercator habuit. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 20.

Negociando mercator Nummos suos ita tractauit, vt primùm ex quatuor faceret quinque, & impensam Nummorum septem: Dein

Deinde facit quatuor ex tribus, & impensam ad Nũmos decem. Poſtremò factis quatuor ex ſeptem, & impenſis octo reliquum nihil habuit: Quæritur quot Nũmis à principio negociator mercaturam inſtituit?

*Ex quatuor facere quinque nihil aliud eſt, quàm ſortem augere quadrante, & quatuor ex tribus, ſortem augere triente. Sed ex ſeptem fieri quatuor, eſt in ſortem perdere tres ſeptimas. Pone ſortem fuiſſe 1 ϱ, adde quadrantem, fit 1 $\frac{1}{4}$ ϱ, aufer impenſum 7, reſtat 1 $\frac{1}{4}$ ϱ M 7, multiplica in 4, et productũ partire in 3, fit 1 $\frac{1}{3}$ ϱ M 9 $\frac{1}{3}$, adde impenſam 10, fit 1 $\frac{1}{3}$ ϱ M 19 $\frac{1}{3}$. Rurſum multiplica in 4, et productum partire in 7, prouenit $\frac{20}{21}$ ϱ M 11 $\frac{1}{21}$, aufer expenſum 8, relinquitur $\frac{20}{21}$ ϱ M 19 $\frac{1}{21}$ [ 0. Et æquationem faciendo habes $\frac{20}{21}$ ϱ [ 19 $\frac{1}{21}$. hoc eſt 2 ϱ [ 40 ]. Partire in 2, proueniunt Nummi viginti, quibus à principio negociator mercaturam inſtituit. Quod erat quæſitum.*

## Quæſtio 21.

Inſtitor ad gemmas Indicas aliquoties nauigans, toties Talenta ſua lucro duplicauit, ſumptum faciens in nauigationes ſingulas Talentorum viginti, expletóque negocio reſidu

ſiduum nihil habuit: Quæro, & nauigationum numerum, & ſortem à principio?

*Pone mercatorem habuiſſe Talenta 1 ρ, duplica, fit 2 ρ, aufer 20, reſtat 2 ρ M 20. Rurſum duplica 2 ρ M 20, fit 4 ρ M 40, adde M 20 fit 4 ρ M 60. Et hoc modo ad octauã vſq; duplicationem procedes, ſingulis addendo M 20, ſicut hîc ordine notaui. Talis autẽ multiplicationũ proceſſus nauigationibus totidem, ſed ordine conuerſo reſpondet, ſcilicet vltimæ prima, & penultimæ ſecunda, ſicque deinceps. Vt autem intelligas quænam ex duplicationibus iſtis nauigationis primæ ſortem exhibeat, ſic erit tentandum. Accipe ſextam, quæ eſt 64 ρ M 1260 [ 0. & æquatione facta 64 ρ [ 1260 ]. Partire in 64, prouenit 19 $\frac{11}{16}$, quæ ſors eſt nauigationis iſtius. Sumito nunc ſeptimam 128 ρ [ 2540 ]. Habebis igitur partitione facta in nauigationis iſtius ſortem 19 $\frac{27}{32}$, qua duplicata, & inde ſublatis 20, reſtat prius inuenta ſors 19 $\frac{11}{16}$. Si verò in æquatione octaua 256 ρ [ 5100 ] id quod ex partitione prouenit 18 $\frac{7}{8}$ duplicaueris, detractis*

| | | |
|---|---|---|
| 1 ρ, 2 ρ | M 20 | 1ª |
| 4 ρ | M 60 | 2ª |
| 8 ρ | M 140 | 3ª |
| 16 ρ | M 30[illegible] | 4ª |
| 32 ρ | M 620 | 5ª |
| 64 ρ | M 1260 | 6ª |
| 128 ρ | M 2540 | 7ª |
| 256 ρ | M 5100 | 8ª |

*inde*

*inde 20, relinquetur $19\frac{3}{4}$, quæ non est æquationis septimæ iam inuenta sors $19\frac{27}{32}$. Quod indiciũ est, octo nauigationes in proposito fieri non posse, sed solummodo septem. Quarum primæ sors erit Talentorum vndeuiginti, cum viginti septem trigesimis secundis vnius. Quod erat quæsitum.*

*Poterit etiam citra quadraturam, absolui quæstio, rationis ordine retrogrado in hunc modũ. Quoniam in extrema nauigatione residuum nihil fuit, impensis viginti talentis, ipsorum sors erat Talen. decem, quibus iunctis viginti, ad impensum nauigationis penultimæ, fiunt triginta. Horum igitur sors fuit quindecim. Quæ quidem lucro duplicata, fecit 30, vnde sublatis 20, redit sors vltima, decem. Et ita procedens, probãdo semper, ad sortem primam ratio deueniet.*

## Quæstio 22.

Testator in bonis suis Talentorum Auri sexaginta tres hæredes instituit. Primũ quidem ex quadrante, Secundũ ex triente, plus Talentis quatuor: Tertium ex dodrante, demptis octo Talentis: Quæro, quas portiones habeant, asse diuiso particulones?

*Cvm sit ratio quadrantis ad trientem, & ad dodrantẽ sicut 3 ad 4, et ad 9. Pone portionẽ*

*Primi*

*Primi esse 1 ϱ. Erit igitur Secundi 1 $\frac{1}{3}$ ϱ P 4. Tertij 3 ϱ M 8. Compone simul trium portiones, fit summa 5 $\frac{1}{3}$ M 4 [ 60. Et æquatione facta 5 $\frac{1}{3}$ [ 64, hoc est 16 ϱ [ 192 ]. Partire in 16, prouenit 12, portio Primi. Vt habeas secundi, dispone Regulam. Si 3 esset 12, quid 4? Operare, et inuenies 16, adde 4, fit 20, portio Secūdi. Tertius igitur habet residuum ex 60 sublatis 32, quod est 28. Dicemus igitur particulonum portiones esse, Primi quidem Talentorum duodecim, Secundi viginti, Tertij viginti octo. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 23.

Puella calatho prunorum vendito, tot ex ea venditione Denarios ad matrem reportauit, quot addixit pruna Denario. Et sex Denarios amplius habuisset, si pruna minus quatuor quàm fecit Denario vendidisset: Quæritur, & quot fuerint in calatho pruna, et quot addicta sunt Denario?

*Pone addicta fuisse Denario pruna 1 ϱ, reportauit igitur puella Denarios 1 ϱ. Multiplica 1 ϱ in se, fit 1 ◊. Et tot fuerūt in calatho pruna. Dispone Regulam. Si pruna 1 ϱ M 4 venduntur Denar. 1, quid pruna 1 ◊? Operare & habebis $\frac{1◊}{1ϱM4}$ [ 1 ϱ P 6. Et æquationem faciendo 1 ◊ [ 1 ◊ 2 ϱ M 4, & tandem*

*dem 2 ρ [24]. Partire in 2, prouenit 12, & tot addixit pruna Denario, totidémque Denarios reportauit. Vt autem habeas numerũ prunorum, multiplica 12 in 12, fit 144. Respondebis itaque in calatho fuisse pruna centum quadraginta quatuor, & addicta Denario, duodecim. Quod erat quæsitum.*

1 ◊ 1 ◊ P 6 ρ M 4 ρ̇ P 24

1 ◊ / 1 ρ M 4 × 1 ρ P 6 / 1

## Quæstio 24.

Mercator totidem cariotas Asse vendendo, quot centuriam Assibus emerat, sortem suam quadruplauit: Quæro, quot Asses in sorte fuerunt?

*AD hoc erit formula talis. Duos numeros in ratione quadrupla reperire, ex quorum inter se ductu producatur 100. Pone minorem esse 1 ρ, erit igitur maior 4 ρ. Multiplica in 1 ρ, fit 4 ◊ [100, hoc est 1 ◊ [25] cuius tetragonicum latus 5, est minor numerus, quare maior erit 20. Nam emendo 100 cariotas Assibus 5, & vendendo 5 cariotas Asse, fiunt in centuriam Asses 20, quod est quadruplum sortis. Dic igitur in centuriam cariotarum sortem fuisse Asses quinque. Quod erat quæsitum.*

*Quæst*

## Quæstio 25.

Auceps turturũ capturam distraxit Drachmis duabus & triginta. Et si duos turtures minus quàm fecit Drachma vendidisset, totidem Drachmarum additamentum habuisset, quot turtures addicti Drachma fuissent: Quæro, & summam capturæ, & auium numerum, quas addixit Drachma?

*AD expeditiorem calculum formula sic erit. Duos numeros inuestigare, quorum sit differentia 2, & maior ductus in 32 tantundem faciat, quantùm minor in se, & in 32. Pone minorem numerum esse 1 ϱ, erit ergo maior 1 ϱ P 2. Duc in 32, fit 32 ϱ P 64. rursum multiplica 1 ϱ in se, et in 32, fit 1◊ P 32 ϱ [32 ϱ P 64, hoc est 1◊ [64]. Huius tetragonicum latus 8, minor est numerus, quare maior erit 10. Vt autem habeas summam aucupij, ducito 32 in 10, fit 320. Dices itáque summam capturæ fuisse turtures tercentum viginti, & turturum decades singulas Drachma veniisse. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 26.

Ex Aureorũ summa, cuius dimidium, & duos insuper Aureos sociorum Primus contulit. Secundus verò trientem, et adhuc tres

Aureos, peruenit lucrum ad Aureos centum: Quæritur, quænam pars lucri contingat vtrunque?

*Pone simul ambos contulisse 1 ρ, Primus igitur contulit $\frac{1}{2}$ ρ P 2, Secũdus autẽ $\frac{1}{3}$ ρ P 3. Adde simul collationes, fit summa $\frac{5}{6}$ ρ P 5 [ 1 ρ. hoc est 1 ρ [ 30 ]. Fuit igitur amborum collatio Aurei 30, cuius dimidium additis 2, fit 17, pro collatione Primi, & reliquum, quod est 13, fit collatio Secundi. Dispone Regulam. Si 30 lucrantur 100, quid 17? Inuenies operando Aureos, quinquaginta sex, cum duabus tertiis vnius, quæ pars erit Primi. Quare residuum, hoc est, quadraginta tres, cum triente, pars erit Secundi. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 27.

In societate trium, collatione facta, scimus Primum Aureos posuisse viginti minus quàm intulerit Secundus, Tertium verò quadraginta supra Secundum, et creuisse lucrum ad Aureos centum viginti, quorum pars quinta in portionem obtigit Primo: Quæritur, quænam sint partes reliquorum, et omnium collatio singillatim?

*Pone Primum contulisse 1 ρ, Secundus igitur contulit 1 ρ P 20, & Tertius 1 ρ P 60. Compone*

*pone ſimul trium collationes, fit ſumma 3 ϱ P 80. Diſpone Regulam. Si 3 ϱ P 80, lucrantur 120. quid 1 ϱ? Inuenies* $\frac{120\varrho}{3\varrho P 80}$ *[ 24, quæ eſt quinta pars 120. Fac æquationem & habebis 120 ϱ [ 72 ϱ P 1920, & tandem 48 ϱ [ 1920 ]. Partire in 48, prouenit quadraginta, quæ eſt collatio Primi. Erit ergo ſecundi ſexaginta, & Tertij centum. Participatio autem lucri, cum ratione collationum ſequatur, & in Primo data ſit eſſe 24, erit igitur in ſecundo 36, & in Tertio 60. Quod erat quæſitum.*

## Quæſtio 28.

Aurei ducenti quatuor et viginti, ex cōpacto, duobus ita partiri debent, vt altera portio alterā excederet quinta ſui parte, et adhuc quatuor Aureis: Quæritur, quæ portio debeatur vtrique?

*Pone minorem eſſe 1 ϱ, erit igitur altera 1* $\frac{1}{5}$ *ϱ P 4. Adde ſimul ambas partes, fit 2* $\frac{1}{5}$ *ϱ P 4 [ 224, & æquatione facta 11 ϱ [ 1100 ]. Partire in 11, pronenit 100 in partem vnam. Quare & reſiduum, quod eſt 124 cedit in alteram. Dices itaque vni deberi Aureos centum, alteri verò centum quatuor & viginti. Quod erat quæſitū.*

## Quæſtio 29.

Aduectæ fuerunt in Galliam è Syria caricæ, simul et cariotæ, myriadibus Assium binis, ita vt milliare sportarum ex caricis staret centussibus octo. Ex cariotis autem sportarum centuria Decussibus decem. Venduntur post hæc ipsæ sportæ, ex caricis quidem decas centusse, ex cariotis verò hebdomas Decusse. Et ratione posita compertum est, venisse lucrum ad Asses centum octoginta quinque millia septingentos quatuordecim, cum duabus septimis vnius: Quæritur, quo pretio, et quo numero sportæ generis vtriusque separatim emptæ sint?

*Scire primùm oportet Centussem valere centum Assibus, & decussem Assibus decem. Pone sortem caricarum fuisse* 1 ϱ, *fuit igitur sors cariotarum* 20000 *M* 1 ϱ. *Partire* 1 ϱ *in* 800, *prouenit* $\frac{1\varrho}{800}$, *multiplica in* 1000, *fit* $\frac{1000\varrho}{800}$, *partire in* 10, *prouenit* $\frac{1000\varrho}{8000}$, *multiplica in* 100, *fit* $\frac{100000\varrho}{8000}$. *Hoc autem est sors caricarum vnà cum lucro. Rursum* 20000 *M* 1 ϱ, *partire in* 7, *prouenit* $\frac{20000 M 1\varrho}{7}$, *multiplica in* 10, *fit* $\frac{200000 M 10\varrho}{7}$, *adde* $\frac{100000\varrho}{8000}$, *fit* $\frac{1600000000 M 80000\varrho P 700000\varrho}{56000}$ [ 205714 $\frac{2}{7}$. *Et æquationē faciēdo habebis* 1600000000 *M* 80000 ϱ *P* 700000 ϱ [ $\frac{1440000}{7}$. *Et tandem* 4340000 ϱ [ 6944000000 ]. *Partire in* 4340000, *prouenit*

*uenit 16000, quæ sors est caricarum. Vt autem habeas numerum sportarum ex caricis, partire 16000 in 800, prouenit 20. Multiplica in 1000 fit 20000, qui sportarum est numerus. Ad inueniendũ sortẽ in cariotis, aufer 16000 ex 20000, restat 4000, quæ sors est, & etiam sportarum numerus in cariotis. Respondebis igitur, cariotarum sportas fuisse viginti millia, emptas Aßium millibus sexdecim. Et caricarum sportas quatuor millia, emptas Aßibus totidem. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 30.

Quædam clasſis trium generum nauibus instructa ad pugnam tali numero processit, vt Biremes cum semisse Triremium, & triẽte Liburnicarum essent quatuordecim, Triremes cum triente Biremium, & quadrante Liburnicarum, tredecim, Liburnicæ cum sextante Biremium, & octante Triremium, essent etiam quatuordecim: Quæro numerum clasſis, et nauium genera singulatim?

*Hvius solutio secundùm quantitatis regulam inuestigabitur, hoc modo. Pone Biremes esse 1 A, Triremes 1 B, Liburnicas 1 C. Erit igitur 1 A, $\frac{1}{2}$ B, $\frac{1}{3}$ C [ 14. Item 1 B, $\frac{1}{3}$*

6 A, 3 B, 2 C [ 84
4 A, 12 B, 3 C [ 156
4 A, 3 B, 24 C [ 336

*A*, $-\frac{1}{4}$ C [ 13. *Et* 1 C, $-\frac{1}{6}$ *A*, $-\frac{1}{8}$ *B* [ 14. *Et æquationes ſecundas faciendo habebis. Multiplica æquationem primam in* 4, *fit* 24 *A*, 12 *B*, 8 C [ 336. *Aufer ſecundam, reſtat* 20 *A*, 5 C [ 180. *Adde primam ſecundæ, fit* 10 *A*, 15 *B*, 5 C [ 240. *Inter duas æquationes poſtremas, quæ ſunt* 20 *A*, 5 C [ 180, & 10 *A*, 15 *B*, 5 C [ 180, *differentia eſt* 10 *A*, P 60 [ 15 *B*, *qua ſublata ex* 10 *A*, 15 *B*, 5 C, *reſtat* 5 C [ 60 ]. *Partire in* 5, *prouenit* 12 C, *qui numerus eſt Liburnicarum. Vt autem habeas Biremes, ex æquatione vbi eſt* 180, *aufer* 60, *reſtat* 120, *partire in* 20 *A*, *prouenit* 6 *A pro numero Biremium, quare & Triremes erunt* 8. *Dic igitur claßis numerum fuiſſe nauium ſex & viginti, ex quibus Biremes erant ſex, Triremes octo, Liburnicæ duodecim. Quod erat quæſitum.*

## Quæſtio 31.

Mercator negotiatione prima ſuper vnoquoque emptionis Aureo, Argenteos lucratus eſt totidum quot Aurei numero fuerũt. Sequẽti verò fecit Aſſes in lucrũ Argenteorũ ſingulatim æquali multitudine Aureorũ ſorti, et amplius triginta. Vnde retulit Argẽteos cũ Aſsibus ſeptingentos quinquaginta nouem: Quæro, et Aurum à principio, et Argentum ſeparatim cum Aſsibus in fine?

*Pone*

*Pone sortem fuisse 1 ρ, duc in se, fit 1 ◊. Rursum ducito 1 ◊ in 1 ρ, fit 1 ⊡, adde 30, habes 1 ⊡ P 30 [ 759. Et æquatione facta, restat 1 ⊡ [ 729 ]. Huius numeri cubicum latus 9 sunt Aurei, & ipsius 9 quadratum 81, Argentei: quibus deductis ex summa lucratiua 759, restant Asses 678. Dicendum itaque sortem mercatoris ab initio fuisse Aureos nouem, lucrũ deinde, Argenteos vnũ & octoginta, Asses sexcentos septuaginta octo. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 32.

Villatica mulier aues habens chortales gallinas, anseres, pauos, anates, quatuor generum gregibus æquatis inter se, ad incubandum gallinis oua subiecit, quæ tot vnaquæque quot erant incubantes exclusit. Vnde fuit pullicies totis quatuor auium generibus multitudine dupla: Quæro pullos, et aues suo cuiusque numero separatim?

*Pone gallinas fuisse 1 ρ, fuerunt ergo pulli 1 ◊, et quatuor simul auium genera 4 ρ. Habes itaque 1 ◊ [ 8 ρ, hoc est 1 ρ [ 8 ]. Partire in 1, prouenient octo Gallinæ. Quarum quadruplum aues simul generatim colligit triginta duas, & ipsæ duplicatæ pullos ostendunt quatuor & sexaginta. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 33.

Mensularij quatuor eadem quisquis Aureorum summa argentariam faciendo, Primus quidem sortis suæ duplum fœnore quęsiuit, Secundus triplum, Tertius quadruplũ, Quartus verò decuplum, minus Aureis quadraginta. Cuius fœneratio tres simul reliquorum excessit Aureis sexaginta: Quæro, sortem omnium separatim?

*Pone singulorum sortem fuisse 1 ϱ. Erit igitur Primi fœnus 2 ϱ, Secundi 3 ϱ, Tertij 4 ϱ. Quæ tria simul componunt 9 ϱ, Quarti autem erit 10 ϱ M 40. Quod proponitur excedere tria reliquorũ Aureis sexaginta. Habemus itaque 10 ϱ M 40 [ 9 ϱ P 60. Et æquatione facta restat 1 ϱ [ 100]. Quare fiunt in sortem cuiusque Aurei centum. Super quibus erat quæstio.*

## Quæstio 34.

Pauos simul cũ anseribus numero viginti conuiuator emit, et vtrunque genus separatim, eadem summa, Nummis scilicet cẽtum viginti, plus tamen quinque Nummis pauonum singulos, quàm anserum: Quęro pauos seorsum ab anseribus, et ipsorum pretia?

*Pone*

*Pone anseres fuisse 1ϱ, fuerunt igitur paui 20 M 1ϱ. Partire 120 in 1ϱ, fit* $\frac{120}{1\varrho}$. *Adde 5ϱ, fit* $\frac{120 P 5\varrho}{1\varrho}$. *Rursum partire 120 in 20 M 1ϱ, fit* $\frac{120}{20 M 1\varrho}$ [ $\frac{120 P 5\varrho}{1\varrho}$. *Et æquationem faciendo per multiplicationem decussatim habes primùm 120ϱ [ 2400 M 20ϱ M 5 ◊, deinde 140ϱ P 5 ◊ [ 2400. Et per æquationem secundã, omnia partiendo in 5, restat 28ϱ P 1 ◊ [ 480 ]. Aduertendum est autẽ æquationem istam, & omnes quæ deinde sequentur, non amplius esse canonis simplicis, sed alicuius triu ex compositis, sicut hîc locum habet primus, cuius finis est numerus, et operatio sic habet. Quadra dimidium numeri linearum, quod est 14, fit 196. Adde ad numerum 480, fit 676, cuius tetragonicum latus est 26, vnde subtrahi debet numeri linearum dimidium 14, restat igitur 12, qui numerus est anserum. Vt autem habeas pretiũ anseris, partire 120 in 12, prouenit 10, & addendo 5, fit 15, pretium pauonis. Dices itaque emptos anseres duodecim, Nummis decem singulos, & pauones octo, Nummis quindecim in capita. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 35.

Duxerunt ad mercatum rustici porcos, plus se ipsis ductoribus decem, & accepto quisquis in capita gregis singula Nummo,

redierunt, simul cum Nummis pretiorum, numero centum octoginta: Quæro rusticos, Nummos, atque porcos separatim?

*Pone rusticos fuisse 1 ℞, fuerunt igitur porci 1 ℞ P 10. Multiplica in 1 ℞, fit 1 ◊ P 10 ℞, adde 1 ℞, fit summa 1 ◊ P 11 ℞ [180]. Operare per canonē primum, accipiendo dimidium numeri linearum, quod est 5 $\frac{1}{2}$, huius quadratum 30 $\frac{1}{4}$ adde ad 180, fit 210 $\frac{1}{4}$, cuius tetragonicū latus 14 $\frac{1}{2}$ inde sublatis 5 $\frac{1}{2}$ relinquit 9 pro numero rusticorum. Quare & porci fuerunt 19. Multiplica in 9, fiunt Nummi 171. Dicam igitur rusticos fuisse nouem, porcos vndeviginti, Nummos centū septuaginta vnum. Quod erat quæstio.*

## Quæstio 36.

Danista in Aureos quos habebat vsuram multiplicauit Argenteorum totidem in singulos, quot Aurei numero fuerunt. Accedente etiam corollario Argenteorum quadraginta, exercuitque fœnus, addita sorte, hoc est Argentei simul cum Aureis ad summam septingentorum nonaginta sex: Quæro sortem ab vsura separatim?

*Pone sortem esse 1 ℞, erit igitur fœnus 1 ◊. Adde sortem 1 ℞, & corollariū 40, fit 1 ◊ P 1 ℞ P* 40

*40[796.hoc est 1 ◊ P 1 ℞[756]. Ope.per Can. Pri.addendo $\frac{1}{4}$ ad 756, fit 756 $\frac{1}{4}$, huius tetragonicum latus est 27 $\frac{1}{2}$. Aufer $\frac{1}{2}$, restat 27 pro sorte Aureorum, qua sublata ex 796, relinquuntur Argentei 769. Dices igitur sortem fuisse Aureos viginti septem, & vsuram, Argenteos septingentos sexaginta nouem. Quod erat quæsitum.*

*Aliter. Aufer corollariũ 40 de summa 796, restat 756. In hoc disquire tetra.lat. & inuenies 27, cum superfluo 27, quæ sors est Aureorum, qua sublata de numero 796, habebis vsurã, Argenteos 769, sicut ab inuestigatione priori.*

## Quæstio 37.

Publius Argenteos habens plus quadruplo, quàm Aureos, numeratis à collybista in Aureos singulos, Argenteis totidem quot Aurei numero fuerunt, Argenteos à nummulario tulit, vnà cum suis, mille viginti: Quæritur Aureorum summa quam habuit Publius?

*Pone Publium habere Aureos 1 ℞, habet igitur Argenteos 4 ℞. Duc in se 1 ℞, fit 1 ◊. Adde 4 ℞, habes 1 ◊ P 4 ℞[1020]. Ope.per Can.Pri. Et inuenies Publium Aureos habuisse triginta. Quod erat quæsitum.*

*Quæst*

## Quæstio 38.

Centuriones aliquot imperatoris iussione, facto delectu, cum quisquis numerum militum adduxit in castra: qui fuit centurionum, ipsique centuriis adnumerati, multitudinem faciebant viginti duorum millium sexcentorum quinquaginta: Quæro centurionum multitudinem?

*Pone centuriones esse 1 ρ, fuerunt igitur milites 1 ◊, adde centuriones 1 ρ, & habebis 1 ◊ P 1 ρ [22650]. Operare per Can. Pri. & inuenientur centuriones numero centum quinquaginta. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 39.

Statius & Titus pueri habētes vnus quidem nuces, & alter poma, ambo simul numero ducenta quinquaginta quinque, permutationē ita fecerunt, vt in singula Statius poma Tito nuces dederit totidem, quot erānt multitudine poma, residuásque nuces Statius habuit æquales pomis numero, datis à Tito pro nucibus: Quæro nuces, & poma separatim, in dato numero ducentorū quinquaginta quinque?

*Pone*

*Pone Titum habuisse poma 1 ρ, Statius ergo nuces habuit 255 M 1 ρ [ 1 ◊ P 1 ρ. hoc est 1 ◊ P 2 ρ [ 255 ]. Oper. per Cano. Pri. & inuenies poma fuisse quindecim, quare et nuces ducentas quadraginta. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 40.

Debitor Nummorum ducentûm viginti quinque, primùm soluit creditori Nummũ, deinde tres, postea quinque, & ita deinceps per numeros impares, plus semper Nummis duobus ad solutionem processit: Quæro, quot fuit Nummorum vltima solutio?

*Pone solutionem vltimam fuisse 1 ρ. Adde 1, fit 1 ρ P 1, huius dimidiũ scilicet $\frac{1}{2}$ ρ P $\frac{1}{2}$, duc in se, fit $\frac{1}{4}$ ◊ P $\frac{1}{4}$ P $\frac{1}{2}$ ρ [ 225. Et æquatione facta habes 1 ◊ P 2 ρ [ 899 ]. Operare per Can. Pri. & habebis 29, pro Nummis vltimæ solutionis. Vt autem habeas solutionum numerum, iunge primam vltimæ, fit 30, cuius dimidium est 15, & tot solutiones factæ sunt. Dicemus igitur vltimam solutionem fuisse Nummos viginti nouem. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 41.

Aliquot gallinæ oua posuerunt bis totidem

dem singulæ, quot erant omnes numero, fuitque ouorum simul cum gallinis summa quadringentorum sex: Quæritur gallinarum multitudo?

*Pone gallinas fuisse 1 ρ, fuerunt igitur oua 2 ◊. Adde 1 ρ, fit 2 ◊ P 1 ρ [ 406. Et per æquationem secundam habes 1 ◊ P $\frac{1}{2}$ ρ [ 203]. Operare per Can. Pri. & inuenies gallinas fuisse quatuordecim. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 42.

Piscarius cum panifice pisces aliquot bis totidem panibus (demptis quatuor) permutauit, acceptis insuper à pistore tot Assibus in singulos pisces, quot panes numero fuerunt. Reportauítque ex ea permutatione piscator Asses cum panibus in summa ducentos sexdecim: Quæro pecuniæ numerum à panibus seorsum, & pisces panifici relictos?

*Pone pisces fuisse 1 ρ, fuerunt ergo panes 2 ρ M 4. Multiplica in 1 ρ, fit 2 ◊ M 4 ρ. Adde 2 ρ M 4, fit 2 ◊ M 2 ρ M 4 [ 216. Et æquationibus factis relinquitur 110 P 1 ρ [ 1 ◊ ]. Operare per Canonem secundum, hoc est, quadra $\frac{1}{2}$ fit $\frac{1}{4}$, adde ad 110, fit 110 $\frac{1}{4}$ huius tetragonicum latus est 10 $\frac{1}{2}$, adde $\frac{1}{2}$, fit 11, qui numerus est piscium, fuerunt ergo panes 18. Vt autem*

hab

*habeas pecuniam, multiplica 11 in 18, fiunt Asses 198. Dicemus itaque Asses fuisse centum nonaginta octo, Panes duodeuiginti, Pisces vndecim. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 43.

Lucillus puer septem Denariis aliquot poma comparauit, duobúsque comestis, residuum vendidit Denariis totidem in singula, quot ab initio poma fuerunt, & lucrum habuit Denarios octo: Quæro quot poma Lucillus emerit?

*Pone empta fuisse poma 1 ℘, aufer 2, quæ comesta sunt, restat 1 ℘ M 2, multiplica in 1 ℘, fit 1 ◊ M 2 ℘, aufer Denarios 7, restat 1 ◊ M 2 ℘ M 7 [ 8. Et æquatione facta habebis 15 P 2 ℘ [ 1 ◊ ]. Operare per Can. Secund. hoc est, adde 1 ad 15, fit 16, huius tetrag. lat. est 4, adde 1, fit 5. Dic igitur Lucillum emisse poma quinq;. Quod erat quæsitũ.*

## Quæstio 44.

Institor in Aureorum singulos suæ sortis Drachmas totidem lucri fecit, quot Aurei numero fuerunt. Alter insuper Drachmas suas lucro duplicauit, adiecto corollario Drachmarum quindecim, & ambo lucrum fecerunt æqualiter: Quæro sortem vtriusq;?

*Pone*

*Pone sortem Primi fuisse Aureos 1 ρ, duc in se, fit 1 ◊. Rursum pone sortẽ alterius fuisse Drachmas 1 ρ, duplica, fit 2 ρ, adde 15. fit 2 ρ P 15 [1 ◊]. Operare per Cano. Secun. & inuenies sortem Primi fuisse Aureos quinque, & alterius eodem numero Drachmas. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 45.

Lucius comparauit mala punica singula Denariis octo. Et ea ipsa cum addixisset singulatim Denariis totidem, quot numero po ma fuerunt, inuenit lucrum Denarios triginta tres: Quæro, quot mala comparauit Lucius?

*Pone vt sint empta mala 1 ρ, multiplica in 8, fit 8 ρ, adde lucrum 33, fit 8 ρ P 33. Ducito 1 ρ in se, fit 1 ◊. Habes itaq; 8 ρ P 33 [1 ◊]. Operare per Cano. Secund. & inuenies vndecim mala punica comparasse Lucium. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 46.

Mercator lucrum faciens, illius quem habuit Argenti numerum in se multiplicauit, decuplúmque suæ sortis impẽdit, residuum habens Nummos tredecim millia ducentos: Quæritur sors exposita lucro?

*Pone*

*Pone sortem fuisse 1 ρ, duc in se, fit 1 ◊, aufer decuplum, restat 1 ◊ M 10 ρ [ 13200 ]. Operare per Can. Secun. & inuenies sortem fuisse Numos centum viginti. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 47.

Gemmarius, venditione margaritæ, impensos in gemmam Aureos omnes, duobus exceptis, ipsius impendij numero multiplicauit, eáque summa comparatis alijs gemmis, atque distractis, ipsarum pretium altero antea cumulauit, expensísque subductis Aureorum octoginta, residuum habuit Aureos octingentos: Quæro pretium, quo margaritam gemmarius emit?

*Si quis ex quadrato positionis auferat 2, prout habere videntur propositi verba, longè fallitur. Hoc enim nihil aliud est, quàm vt numerum quæras à cuius quadrato sublatis duobus suis lateribus, duplicatóq; residuo, detractisque 80, remaneat 800. Pone talem numerum esse 1 ρ, duc in se, fit 1 ◊, aufer 2 ρ, restat 1 ◊ M 2 ρ, multiplica in 2, fit 2 ◊ M 4 ρ, aufer 80, remanet 2 ◊ M 4 ρ M 80 [ 800. hoc est 880 P 4 ρ [ 2 ◊. et per æquationem secundam habes 440 P 2 ρ [ 1 ◊ ]. Operare per Canonem Secundum, & inuenies Aureos*

A

*viginti duos, pretium margaritæ. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 48.

Subulcus aliquot sues emit in capita quidẽ sesquiaureo, quos postea glande saginatos vendens, singulos Aureis æqualibus numero gregis, lucrum inuenit Aureos decem: Quæritur porcorum numerus?

*Pone sues emptos 1 ϱ. Multiplica in 1 $\frac{1}{2}$, fit 1 $\frac{1}{2}$ ϱ. Ducito 1 ϱ in se, fit 1 ◊, aufer sortem 1 $\frac{1}{2}$ ϱ, restat lucrum 1 ◊ M 1 $\frac{1}{2}$ ϱ [ 10. hoc est, 1 $\frac{1}{2}$ ϱ P 10 [ 1◊ ]. Operare per Canon. Secund. & habebis quatuor, pro numero porcorum. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 49.

Institor vna mercatura suam auget pecuniam Aureis decem, altera verò damnum facit proportionale lucro præcedẽti, reliquos habens in fine Aureos nonaginta nouem: Quæritur sors institoris à principio?

*Pone sortem fuisse 1 ϱ, fuit igitur sors simul cum lucro 1 ϱ P 10. Et quoniam fit damnum ad lucri rationem, Dispone Regulam. Si 1 ϱ fit 1 ϱ M 10, quid 1 ϱ P 10? Operare & inuenies* $\frac{1 \lozenge\ M\ 100}{1 \varrho}$ [ 99.

*[ 99. Et æquatione facta habes 99 ℞ P 100 [ 1 ◊ ]. Operare per Canon. Secund. & habebis sortem institoris à principio fuisse Aureos centum. Quod erat quæstio.*

## Quæstio 50.

Ludens aleator tribus tessellis, vno missu fritilli in singula puncta Teruncios summę punctorum vicit æquales. Et altero iactu pũcta duplicans, perdidit in singula quaternos, & insuper octo, fuitque residuum ex lucro Teruncius: Quæro quot puncta iecit aleator primo, & altero missu?

*Pone in primo missu puncta fuisse 1 ℞, fuit ergo lucrum 1 ◊. Et quia puncta duplicauit altero missu, ipsa fuerunt 2 ℞, multiplica in 4, fit 8 ℞ P 8, adde residuum lucri, hoc est 1, fit 8 ℞ P 9 [ 1 ◊ ]. Operare per Canonem Secundum, & inuenies puncta primi missus fuisse nouem, quare & alterius decem & octo. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 51.

Auceps cùm aliquot in retia turdos conclusisset, merulásque totidem, dum ipsas seligit aues, turdi quatuor euolarunt. Vendẽs autem reliquos singulatim Nummorũ sum-

ma merulis æquali, merulásque vicissim Nũmorum numero turdis eodem, precium ex aucupio toto collegit, ad Nummos mille quinquaginta: Quæro prædam volucrum separatim?

P*One merulas fuisse 1 ρ, fuerunt igitur turdi 1 ρ, M 4, multiplica in 1 ρ, fit 1 ◊ M 4 ρ, duplica, fit 2 ◊ M 8 ρ [ 1050. Et æquationibus factis, habes 4 ρ P 525 [ 1 ◊ ]. Operare per Canonem Secundum, & inuenies merulas fuisse vigintiquinq; turdósque vigintivnum. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 52.

Mercator negotiatione prima lucrum fecit Talentorum quatuor, quibus iunctis ad sortem lucrum fecit iterum proportionale priori, & summam habuit in fine Talentorũ decem & octo: Quæro sortem à principio?

P*One sortem à principio fuisse 1 ρ, fuit ergo secunda sors 1 ρ P 4. Disp. Reg. Si 1 ρ lucratur 4, quid 1 ρ P 4? Inuenies operando* $\frac{4\rho P 16}{1\rho}$ *, quod est lucrum secundum. Adde ad sortem secundam 1 ρ P 4, fit* $\frac{1\Diamond P 8\rho P 16}{1\rho}$ *[ 18. Fac æquationem multiplicando decussatim, & habebis primùm 1 ◊ P 8 ρ P 16 [ 18 ρ. Deinde 1 ◊ P 16 [ 10 ρ ]. Operare per Canonem Tertium, hoc est. Quadra dimidium 10, quod*

*quod est 5, fit 25, aufer 16, restat 9, cuius tetragonicum latus est 3, adde 5, fit 8 pro numero sortis. Si autem ex 5 abstuleris 3, restat 2. Partiendo igitur numerũ 16 in 2, prouenit ea quæ prius sors 8. Et sic adiectione, vel detractione tetragonici lateris habetur quæsitum, sicut ad Canonem Tertium antea monstraui. Dicemus itaque sortem mercatoris à principio fuisse Talenta octo. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 53.

Sycophanta ficus aliquot emit Denariis triginta, ex quibus centum dimidio pluris quam emerat addixit, habuítque ficus simul & Denarios venditarum, ducentum viginti: Quæro quot ficus emptæ sint?

P*One emptas ficus 1 ϛ, aufer venditas 100, restat 1 ϛ M 100. Disp. Reg. Si ficus 1 ϛ valent Denar. 30, quid 100? Operare & inuenies* $\frac{3000}{1ϛ}$. *Duplica, fit* $\frac{6000}{1ϛ}$. *Adde ad reliquas ficus, quæ sunt 1 ϛ M 100, fit* $\frac{6000}{1ϛ}$ *P 1 ϛ M 100 [ 220. Et æquationibus factis, habes 6000 P 1 ◊ [ 320 ϛ]. Operare per Canonem Tertium, & inuenies emptas ficus fuisse tercentum. Quod erat quæstio.*

## Quæstio 54.

In piſcaria coquus emit in cœnam domino piſces, pari ſumma Nummorum ſingulos, quæ fuit capitum, venditiſque duobus, decem & octo Nummis, ſupputauit ex reliquis vnumquenque ſtare ſibi Nummis ſeptemdecim: Quæro, quot piſces coquus emerit?

*Pone emptos piſces 1 ϱ, fuerunt ergo Nummi 1 ◊ M 18. Et quia venditi ſunt duo piſces, reliqui fuerunt 1 ϱ M 2, multiplica in 17, fit 17 ϱ M 34 [ 1 ◊ M 18. hoc eſt, 1 ◊ P 16 [ 17 ϱ]. Operare per Canonem Tertium, & inuenies coquum emiſſe piſces ſexdecim. Quod erat quæſitum.*

## Quæſtio 55.

Villica quot ouorum decades attulit in forum, Denariis totidem ſingulas addixit. Et ſi Denariis ſedecim amplius totam ſummam vendidiſſet, pari Denariorum numero, quo tulerat oua, redibat: Quæro ſummã ouorum?

*Pone oua fuiſſe 1 ϱ, duc in 10, fit 10 ϱ: Rurſum ducito 1 ϱ in ſe, fit 1 ◊, adde 16, fit 1 ◊ P 16 [ 10 ϱ]. Operare per Canonem Tertium, & habebis 8 pro numero decadum. Dicemus igitur ſummam ouorũ fuiſſe decades octo, hoc eſt, octoginta.*

*ginta. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 56.

Duo trapesitæ collata sorte communi, sed inæqualiter, Aureorum quingentorum quadraginta, post aliquot annos vsuram recensentes, inuenerunt Aureorum septuaginta duo millia, multiplicatione collationis alterius in alteram accreuisse: Quæritur quæ nã sors fuerit vtriusque separatim?

*Pone collationem vnius fuisse 1 ℞, fuit igitur alterius collatio 540 M 1 ℞. Multiplica in 1 ℞, fit 540 ℞ M 1 ◊ [ 72000. hoc est, 72000 P 1 ◊ [ 540 ℞ ]. Operare per Canonem Tertium, & inuenies collationem vnius fuisse Aureos trecentos, quare & alterius ducentos quadraginta. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 57.

Piscator iactu verriculi capturam fecit piscium quadraginta, quibus selectis in duas partes, tot Denariis singulos addixit, quot numero pisces in sua cuiusque parte fuerũt, vnde summam reportauit Denarios noningentos viginti octo: Quæro quot pisces habuerit vtraque pars separatim?

*HVius propositi scopus nihil aliud est, quàm ex numero 40 duas facere partes, quarum simul quadrata faciant 928. Pone vnam partiū esse 1 ρ, erit igitur altera 40 M 1 ρ. Quadra 1 ρ, fit 1 ◊. Quadra etiam 1 ρ M 40, fit 1 ◊ M 80 ρ P 1600. Adde simul duo quadrata, fit summa 2 ◊ M 80 ρ P 1600 [ 928. Et æquationem faciendo, habes 2 ◊ P 672 [ 80 ρ. Et tandem restat 1 ◊ P 336 [ 40 ρ]. Operare per Canonem Tertium, & inuenies in vna partium fuisse pisces viginti octo, & in altera duodecim. Quod erat quæsitum.*

*Nouerint autem Logisticæ studiosi, quàm huiusmodi ratiocinium Quadraturæ ad quàmplurima valeat, quæ subtiliter, & ingeniosè quæruntur in numeris, nequaquam tamen omnia posse. In multis enim antequàm regularum vsum ingredi possis, aliquid ex Elementis necessarium cognitu præcedit. Nec etiam pauca ex ipsis theoriis eruuntur, quæ Logisticæ fines excedunt, prout subiectis aliquot exemplis, ex facilioribus ostendam.*

## Quæstio 58.

Nummularius duobus numismatū aceruis argentariā faciēs, anno vertēte singulos Nummos in numerum aceruī minoris multiplicauit. Sequenti verò tempore, super eadem singulatim qua prius sorte, fecit increment

mentum Argenti secundùm multitudinem acerui minoris. Peruenit autem vsura prior ad Nummorum sex myriadas, posterior verò ad triginta millia Nummûm: Quæro sortis numeros aceruatim?

*QVoniam enim productorum 60000, & 30000 ratio dupla est, ita & duos multiplicantes numeros in ratione dupla esse oportet, sicut ostendit propositio 17 libri septimi Elementorum. Hoc itaque cognito patet ingressus ad calculum. Pone sortis numerum minorem esse 1 ϱ, erit igitur maior 2 ϱ, & ambo simul 3 ϱ, duc in 1 ϱ, fit 3 ◊ [30000. Fac æquationem secundam, singula partiens in 3, prouenit 1 ◊ [1000]. Huius tetragonicum latus 100 minor est numerus ex quæsitis, quare & maior erit 200. Quod erat in quæstione propositum.*

## Quæstio 59.

Institor tria lucra fecit, hoc modo. Sortem enim primam, atque secundam, quas habebat in Aureis, sua cuiusque summa multiplicans, numerum compleuit Aureorum ducentûm sexaginta quinque. Posteà verò ductu lucratiuo primæ sortis in secundam Aureos fecit centum triginta duos: Quæro sortem primam, atque secundam separatim?

*A* 5

*Ex propositis videt Geometres duo quadrata circa eandem diametron describi, quorum simul area datur esse 265, & alterius ex supplementis 132, quæ quoniam intelligit inuicem æqualia, ex quadragesima tertia primi, duplum 132, quod est 264 ad quadrata 265 componendo totum constituit quadratum 529, cuius latus 23 sortem simul habet primam, atque secundam. Hoc itaque perspecto, primam sortem ponit esse 1 ρ, altera igitur erit 23 M 1 ρ. Multiplica in 1 ρ, fit 23 ρ M 1 ◊ [ 132. Et æquatione facta, habes 1,2 P 1 ◊ [23 ρ]. Operare per Canonem Tertium, & inuenies 12 pro sorte prima, erit igitur altera 11. Dicendum itaq; in sorte priori Aureos fuisse duodecim, & in sequenti pauciores vno. Quas oportuit inuenire.*

## Quæstio 60.

Duo pecuarij oues, & capras vendiderũt quadrantibus in capita totidem, quot fuerũt pecora totius gregis. Habuitque quadrantes in partem opilio mille quingentos, caprarius autem mille: Quæro numeros ouium, atque caprarum?

*Docet nos propositio secunda libri secundi hic fieri duo rectangula, quorum quadraturæ scilicet 1500, & 1000 sunt æquales quadrato*

to

*to 2500, cuius latus est 50, quæ summa est in grege toto. Vt autem habeas separatim, partire 1000 in 50, proueniet viginti, qui caprarum est numerus, quare & ouium erit triginta. Quod erat in quæsito.*

## Quæstio 61.

Testator Mathematicus, vt exercitium disciplinæ simul cum pecunia, post mortem etiam, filiis traderet, argenti diuisionem hac arte nuncupauit. Volo vt ex Aureorum sacculi, quem obsignatum in arca reposui, fiāt duas partes, maior quidem Caio, & Lucio minor, ita vt ex vtriusque simul in se ducto numero, & item in se minoris. Rursúmq; ex duplicatione totius Auri in partem ducta Lucij, & altera in se portione, ipsa simul quatuor producta constituant viginti tria millia ducenta: Quæro & sacculi numerum, & fratris vtriusque legata separatim?

*Non erit hîc ad calculum accessus, nisi secundùm ea quæ proponuntur in septima secundi præparetur hoc modo. Ex summa 23200 sumito dimidium, quod est 11600, vbi sunt duo quadrati numeri, maior, atque minor, quorum latera quæsitum habent. Inuenientur autem sic. Quære maximi quadrati latus in numero 11600, id erit*

*107, cum residuo 151, quod quia non est quadratus numerus, indicat inuentum latus 107 maius esse quàm oportet, & eo vsque minuẽdum donec habeatur aliud, cuius quadrati subtractio ex 11600 relinquat numerum quadratum. Id autem erit 100, cuius ◊ 10000 deductum ex 11600 relinquit ◊ 1600: huius latus est 40, detrahe ex 100, fit residuum 60. Dicendum itaque, sacculi numerum fuisse Aureos centum, portionem Caij sexaginta, & Lucij quadraginta. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 62.

Tribunus totidem habens peditum cohorte quot & vnà cum sagittarius, equitum turmam, Aureos ex preda Nummos, simul & argenteos quindecies centena sexaginta millia, ita distribuit, vt eques cum pedite tot acceperit Aureos viritim, quot ipsi numero fuerunt, & sagittariorum vnusquisque similiter Aureos suę ipsorum multitudini pares. Altera autem diuisione quæ fuit Argenti, tulerunt pedites Nummos cohortis numero singuli, & item eques in capita, turmæ multitudini, demptis sagittariis, æquales: Quæro summas Auri & Argenti, cohortis, equitum, & sagittariorum separatim?

*Rat*

*Ratiocinium perficiet in similibus nona secundi, ex qua primùm colligimus Auri rationem ad Argentum esse duplam. Faciendæ sunt igitur ex Nummorum communi summa* 1560000 *duæ in dupla ratione portiones, Aureorum scilicet* 1040000, *Argẽteorum autem* 520000. *Et harum vtranque partium separatim ex proposito cognoscimus duobus quadratis constare numeris, quorum latera militum numeros in se continent. Sume igitur alterutrã, vtpote* 1040000, *in qua maximi quadrati latus inuenies esse* 1000, *cum residuo* 40000. *Erit itaque* 1000 *numerus cohor tis simul et equitum turmæ. Vt autem habeas equites, & sagittarios separatim, disquire ex residuo* 40000 *tetragonicum latus, & inuenies* 200 *pro sagittariis. Compone milites* 200 *ad alios* 1000, *fit omnium summa* 1200, *cuius dimidium proponitur esse peditum cohors, fuit igitur ipsa* 600. *Aufer iam inuentos sagittarios* 200, *residua fit equitum turma* 400. *Est autem quod aduertas, si ex alteru tro numero, cuius maximi quadrati latus inquiritur, fiat residuum, qui non sit quadratus numerus, indicium erit (sicut ante dixi) inuentum latus esse maius quæsito, & propter hoc aliud, atque aliud esse tentandum, donec residuum, qui sit numerus quadratus, inuenias. Concludendum igitur in proposito, Nummos Aureos ex preda fuisse decies*

*cen*

*centena quadraginta millia, Argenteos quingenta viginti millia, Pedites cohortis sexcentos, Equites quadringentos, Sagittarios ducentos. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 63.

Imperator Romanus in Aquiliferam cohortem donatiuum ad vndecim Drachmarũ myriadas erogauit, hoc modo. Vt omnis primùm multitudo Drachmas acceperit in capita, totidem quot præfecti numero fuerunt. Rursum autem præfecti Drachmis acceptis singuli numero militum æqua[illegible], decem myriadas insuper habuerunt: Quæro numerũ cohortis, & præfectos separatim?

*Si quis tertiam secundi nouerit, statim perspiciet, ex hoc proposito deformari rectangulum bipartitum quadrato, particularique rectangulo, cuius est quadratura* 100000, *qua sublata ex toto rectãgulo, quod est* 110000, *restat* 10000 *pro quadrato, cuius latus* 100 *numerus est præfectorum. Vt autem habeas milites partire* 100000 *in* 100, *prouenit* 1000 *Dic igitur numerum cohortis fuisse mille, Præfectos autem centum. Quod erat quæstio.*

## Quæstio 64.

Cup

Cupedinarius eadem habens multitudine turdos, qua perdices simul atque ficedulas: perdices quidem singulatim addicens Nummis totidem quot aues reliquæ fuerũt, pretium habuit Nummos centum quadraginta quatuor. Ex ficedulis autem venditis in capita Nummis æqualibus ipsarum numero, totius venditionis summam collegit ad Nũmos ducentos vigintiquinque: Quæro numeros auium in sua cuiusque specie seorsum?

*Si lineam in numerum conuertas, videbis hypothesim quintæ libri secundi in hac quæstione procedere. Dato igitur pretio 144, quod cum aliis iunctum facit 225, sublatis inde 144, relinquitur quadratus numerus 81, cuius latus 9 ficedulas numerat. Est autem 225 ◊ dimidij totius numeri, quare ipsius latus 15 turdorũ est multitudo æqualis auibus reliquis. Si igitur ex 15 detraxeris 9, fiet residuum 6, perdicum numerus. Dicemus itaque cupedinarium turdos habuisse quindecim, sex perdices, ficedulas nouem. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 65.

Tres comœdi cum suo quisq; grege, quorum primus fuit æqualis secundo Nummis acceptis actione prima singuli, numero tertij

tij gregis æqualibus, lucrũ fecerunt ad Nũmos sexcentos octogintanouem. Et iterum agentes secundi, simul cum tertiis, vnusquisque Nummis, suæ ipsorũ multitudini æqualibus acceptis, lucrum prius quadringentis superarunt: Quæro gregatim multitudinem actorum?

*QVi sextum secundi theorema sedulò scrutabitur, ilico perspiciet excessum istum 400 esse quadratum, cuius latus 20 numerus est primi gregis separatim, atque secundi. Adde 400 ad 689, fit 1089, cuius tetragonicũ latus 33 multitudinem in se complectitur secundi gregis [illegible] atque tertij. Quare si ex 33 deduxeris secundum gregem 20, residuum erit 13 pro numero tertij. Hac igitur disquisitione comprehenditur primi comœdi gregem actorum fuisse viginti, Secundi totidem, Tertij tredecim. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 66.

Lucrum sociale duorum, multiplicatione Minarum totius sortis in eam quæ fuit minor altera, ad Minas processit duo millia quadringentas. Anno sequenti, super eadem qua prius collatione duorum recipitur, tertius, æquali contributione facta minori, per utrúmque lucrum Minarum omnium in se

duct

ductu lucratiuo ad duodecim millia cẽtum: Quæro trium sortem partibus diuisis?

*Cui nota fuerit octaua secundi, videbit ex quadruplato lucro 2400 productum fieri 9600, quo deducto ex summa lucri 12100, restat 2500, cuius tetragonicum latus 50 sors erit ex prioribus maior. Ex lucro autem 12100 facilè colligitur tetragonicum ipsius lucri latus 110 triũ simul collationes fuisse. Ex quo detracta sorte 50, relinquitur 60, pro sorte duorum, quæ cùm proponantur æquales, vtraque seorsum fuit 30. Respondebitur Primi sortem minarum fuisse quinquaginta, Secundi triginta, Tertij tantundem. Quod erat quæsitum.*

## Quæstio 67.

Tres ad negociandum sociati, collatis aliquot Aureis, æquali quidem portione Primus, atque Secundus, sed Tertius inæquali, quatuor lucra fecerunt in hoc similia, quòd semper Drachmas totidem in singulos Aureorum sortis expositæ multiplicarunt, quot ipsa sors Aureos habebat. Habuit autẽ mercatio prima trium simul collationes, secunda Tertij tantùm, tertia duorum seorsum à Primo, quarta verò Primi solùm. Peruenit

autem summa lucri totius ad Drachmas decem millia ducentas: Quæritur quo numero singuli contribuerunt?

*Q*Vantùm nobis ex propositione decima secundi cernere datur totius lucri summa 10200 in duas rationis duplæ partes est segregãda. Quæ quidem erunt 6800, & 3400. Vtraq; autem duobus quadratis constat numeris, quorum latera quæstionem explicabunt. In maiori, quæ est 6800, quære maximi quadrati latus, & inuenies 82, cum residuo 76, quod quia non est quadratus numerus, ipsum latus 82 minui debet ad eum quẽ supra dixi, modum, eritq; 80 aliud latus, cum residuo 400, cuius tetragonicum latus est 20, pro sorte Tertij, & pro trium simul 80. Aufer 20, restat 60 coniunctim pro sorte duorum. Primus itaque contribuit Aureos triginta. Secundus tantundem. Tertius viginti. Quod erat quæsitum.*

*Hæc ego præter cæteros paucis attingenda putaui, vt intelligat Logistes, si Geometricis destituatur, eximiæ multa subtilitatis, circa numerationes artificiosas, in se desyderari. Cæterum quæ sunt à nobis explicata quinque libris ad institutionem logisticam satis esse visa sunt. Cuius consummatio & ingenium à natura, & exercitium à proposito maximè requirit.*

FINIS.

# IO. BVTEONIS AD LOCVM VITRVuij corruptum restitutio, qui est de proportione lapidũ mittendorum ad balistæ foramen.

*INTER machinas olim bellicas, quæ & tormenta dicuntur, fuit balistarum frequentior vsus, quibus lapides impetu magno torquebantur in hostes. Fiebant autem ad propositam magnitudinem ponderis saxi, quod eo organo mittendum erat. Igitur (Vitruuius inquit) de ratione earum non est omnibus expeditum, nisi qui Arithmeticis rationibus numeros, & multiplicationes habent notas. Nanque fiunt in capitibus foramina per quorum spatia contenduntur, capillo maximè muliebri, vel neruo funes, qui magnitudine ponderis lapidis, quem debet ea balista mittere, ex ratione grauitatis proportione sumuntur, quemadmodum catapultis de longitudine sagitta-*

*rum. Itaque vt etiam qui Geometriæ, Arithmeticæq́; rationes non nouerint, habeant expeditum, ne in periculo bellico cogitationibus detineantur, quæ ipse faciendo certa cognoui, quæq́; ex parte accepi à præceptoribus finita exponam, & quibus rebus Græcorum pensiones ad modulos habeant rationem ad eam vt etiam nostris ponderibus respondeant, tradã explicata. Post hæc deinde Vitruuius ad explicationem propositi nullam formam, aut regulam instituens nudis aliquot solum exemplis procedit. Ea (sicut opinor) consyderantia ductus, quod Geometricam methodon ab imperitis excipi non posse videbat, scientibus autem indicium leue rei coniectura, sufficere. Sed accidit contrarium prorsus, Etenim ipsæ notæ quibus ad indicaturam particularum in digitis est vsus, propter desuetudinem longinquam, in totum exoleuerunt, vt sint omnibus, quantùm viderim, penitus ignotæ. Contingit insuper. sicut in difficultatibus solet, vt significatio tota numerorum deprauatissimè legatur. Vnde locus est, interpretum etiam testificatione, deploratus. Fatentur enim Iocundus, & Philander, ex his quæ apud Ctesibium, Apollodorum, Athenæum, & Philonem libris de machinis multa leguntur, se nullam emendationem huic corruptissimæ parti conferre potuisse, Mihi verò ex authoribus istis machinarum nullum in hanc diem videre*

*cont*

*contigit, cùm non habeantur in manibus vulgò. Sed Geometrica disquisitione sedulò progressus explicationem rei me puto traditurum. Sciẽdum est imprimis huiusmodi foramina capitulorum, vnde moduli sumuntur, fuisse rotunda, ea capacitate, quã torti funes totam explerent, quorum magnitudo, vnde vis præcipua machinæ constat, per diametros foraminum in digitis exprimitur. Ait enim: Quæ balista duapondo saxum mittere debet, foramẽ erit in eius capitulo digitorum quinque. Hoc est, funis, vt saxo vigintiquatuor vnciarum mittendo sufficiat, per transuersum habebit digitos quinque. Quare & in circuitu digitos habebit quindecim cum quinque septimis vnius. Huiusmodi autẽ in fune magnitudo experimentis primum est cognita ad id ponderis validè torquendũ sufficere. Quod est principium, ac veluti fundamentum in omni ratiocinatione sequenti. Ad incrementa deinde procedendo, si quæras ad quatuor pondo lapidem quisnam funis, secundùm rationem iam positam, aptari debeat? nullus erit proculdubio, citra mensurarũ scientiam, qui non statim pronunciet consequenti ratione fieri, vt sicut pondus in telo duplicatur, ita & in fune craßitudinem duplicãdam, vt quæ fuit digitorum quinque, fiat in proposito digitorum decem. Et ita deinceps ad ponderis duplum, siue triplum, funium etiam craßitudinem duplicatò, vel*

*triplicato semper agēdam. Sed hæc est penitus opinio falsa, & procul à vero. Ex hac enim sequeretur, vt ad eum quem ponit Vitruuius ducentûm quinquaginta pondo lapidem, adhibendus esset funis crassitudine digitorum sexcentûm viginti quinque, quæ facit in orbem pedes plusquàm centum duos & viginti. Quam quidem in funibus vastitatem enormiter absurdam, quis est qui non videat? Aliter igitur, & ex vero rationem Géometres inibit, consyderans funes veluti corpora, qui cylindri vocantur, quos didicit, ex elementis, in tripla ratione consistere diametrorum suæ basis. Funis igitur quinque digitorum in diametro ad funem alium, constructione, materiáque similem, cuius sit diametros digitorū decem, ratione certè duplā habebit, sed triplicatam, quæquidem fit octupla. Hoc autem si quis, Euclide monstrante, non capiat, numeratione sic inueniet. Ponamus exempli causa in vtroque ex funibus positis longitudinem esse ad suam cuiusque diametrou triplam, siue quadruplā, vel potius æqualem, & ad faciliorem calculum, bases ipsorum fingamus esse quadratas. Crassitudinem minoris quæ est digitorum 5 in se ducito, fiunt 25, multiplica in suam longitudinem digitorum 5, fiunt in corpus digiti cubi 125. Eadem autem forma procedens inuenies in fune maiori digitos cubos 1000. Quorum est octupla ratio ad solidum*

*mino*

*minoris, quod est digitorum 125. Sed erunt fortasse qui calculum etiam huiusmodi, aut non admittãt, aut non intelligant, quorum alterum ab altero pendet. Quibus vt etiã quoquo modo satisfaciã, experimentum facilè docebo. Duos funes, materia, formáque similes, prout iam descripti sunt, ad libram constitue, & re ipsa comperies pensionem maioris octuplò superare minorem. Robur autem funiũ ponderis rationem sequitur. Datis igitur lapidum missilium ponderibus ad inuestigationem foraminum cubicatione procedes, hoc modo. Cùm lapis duapondo foramẽ habeat digitorum quinque, quæritur ad lapidem quatuor pondo quot digitorum debeat esse foramen? Cubica 5, hoc est, duc in se, posteà in productum, fit cubus 125. Cùm itaque vi deas ad põdo 2 diametrum foraminis dari quæ sua cubicatione producat 125, ratione sequitur, vt ad pondo 4, quod est duplum 2, talis diametros adhibeatur, quæ sua etiam cubicatione compleat numerum 250 qui duplus est cubi 125. Sed quia 250 non est cubus ipsius quod quæritur ad diametron latus perfectè dari non potest in numeris, cùm non sit in rerum natura. Superest igitur, vt huic propinquum numerum logistico more disquiras. Quem inuenies esse maiorem, quàm 6, quod est latus cubi 216, maiorem etiam quàm 6 $\frac{1}{4}$, minorem autẽ quàm 6 $\frac{1}{3}$. Ex his particulis $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$, sum-*

*pto dimidio, quod est $\frac{7}{24}$, iunctóque ad 6, numerum habebis $6\,\frac{7}{24}$, adeo veritati propinquum, vt inde nullus, de quo sit curãdum, error fieri poßit. Nam cubus lateris $6\,\frac{7}{24}$ est $249\,\frac{775}{13824}$. Dicemus itaq; in balista, quæ quatuor pondo saxũ mittere debet, foramen in eius capitulo fieri debere digitorum sex, & digiti septem vigesimis quartis. Hoc autem Vitruuius notis numeralibus exprimit in hunc modum. Si quatuor pondo digitorũ sex, & digitorum septem, quod esse corruptũ euidenter apparet, ita tamen vt calculi nostri vestigia supersint. Sed pergamus reliqua, inquirentes lapidis decem pondo foramen. Cùm igitur hoc pondus ad duapondo sit quincuplum, ita & cubum foraminis ipsius ad cubum foraminis alterius quincuplum esse oportet. Neq; enim aliter instituta proportio constat. Propterea iam positum cubum 125 multiplico in 5, fit 625. Poteris etiam ad hæc logisticæ Regulam adhibere dicendo. Si pondo 2 fit 10, quid 125? Operare multiplicando 125 in 10 et productũ 1250 partiens in 2, idémque quod prius inuenies, scilicet 625. Huius cubicum latus ad verum accedens proximè est $8\,\frac{11}{20}$, vnde prouenit cubus $625\,\frac{211}{8000}$. Inuentum est igitur ad lapidem pondo decem aptandum esse foramen digitorum octo, cum vndecim vigesimis. Quæ quidem particula digiti semissem excedit vna vigesima. Et sic*

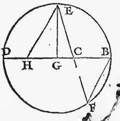
*ad*

*ad omne datum pondus inuestigari rationibus cubicis foramina possunt. Sed in positis ab authore, demptis primo, & vltimo, non nisi secundùm propinquitatem inuentio procedit. Quod & intelligẽtiæ difficultatem, & operationi molestiam affert. In multis tamen numeri foraminum perfectè cõueniunt. Vtpote, si detur lapis pondo sexdecim, foramen erit digitorum decem. Quoniam cubus lateris 10, qui est 1000, ad cubum lateris 5, qui est 125, rationem habet, quam pondo sexdecim ad duapondo, id est octuplam. Item ad pondo 54, foramẽ erit digitorum quindecim. Ad pondo 128 digitorum viginti, hoc est pedis vnius, cum quadrante. Ad pondo 250, quod est maximum Vitruuij, pedis vnius cum nouem digitis. Datis autem quibuslibet foraminum numeris, omne etiam pondus ipsorum in numeris dabitur absolutè, quorum aliquot exempla subijciam. Esto foramen in balista digitorum sex, cuius lapidem oporteat inuenire. Accipe duos cubos laterum 5, & 6, qui sunt 125, & 216, & ita ratiocinare. Si 125 fit 216, quid pondo 2? Operare secundùm Regulam, multiplicans 216 in 2, & productum partiens in 125, prouenietque 3 $\frac{57}{125}$. Dicemus igitur foramini digitorũ sex, deberi lapidem tria pondo, cum particula $\frac{57}{125}$, quæ quidem paulò maior est quincunce. Et hoc modo datis foraminibus, lapidum grauitatem semper*

*habebis. Vt in semipedali foramine, lapis erit pondo $8 \frac{24}{125}$. In semipedali & vnius digiti pondo $11 \frac{83}{125}$. In pedali, pondo $65 \frac{67}{125}$. In palmo pedali, pondo 128. In sesquipedali, pondo $221 \frac{23}{125}$. In bipedali pondo $524 \frac{36}{125}$. Ceterum vt corrupti numeri ponderum Vitruuij restituantur, diligenti calculo repetitos, in hunc qui sequitur modum recensui. Quæ balista duapondo saxum mittere debet, foramen erit in eius capitulo digitorum quinque. Si pondo quatuor, digitorum sex, cùm digiti septem vigesimis quartis. Decem pondo, digitorum octo, cũ vndecim vigesimis. Viginti pondo, digitorum decẽ, cum quadraginta nouẽ sexagesimis quartis. Quadraginta pondo digitorum tredecim, cum nouem decimis sextis. Sexaginta pondo, digitorum quindecim, cum sexdecim tricesimis Octoginta pondo, digitorum septemdecim, cum vna decima. Centum viginti pondo, digitorum vndeviginti, cum tribus quintis. Centum sexaginta pondo digitorum $21 \frac{11}{20}$. Centum octoginta pondo, pedis vnius, & digitorũ sex, cũ tribus octauis. Ducẽta pondo, pedis vnius, & digitorum septem, cum quadrante. Ducenta decem pondo, pedis vnius, & digitorum septem, cum quinque octauis. Ducentûm quinquaginta pondo sesquipedis, & digiti. Hos itaque deprauatos Vitruuij numeros veritati geometricæ restituimus, digitorũ particulas minutius fortasse, quàm res*

*res exigat, prosequuti. Cæterum res tota scienter magis, & expeditè lineis agetur. Quod etiam innuit Eratosthenes, in epistola ad Ptolomæum regem, inuentum suum organicos ad problema cubi duplicandi inter cætera commendans, quod ad incrementa sit vtile balistis, & catapultis.* δεῖ γὰρ *(inquit)* ἀνάλογον ἅπαντα αὐξηθῆναι, καὶ τὰ πάχη καὶ τὰ μεγέθη, καὶ τὰς κατατρήσεις, καὶ τὰς χοινικίδας, καὶ τὰ ἐμβαλλόμενα νευρὰ ταῦτα δὲ οὐ δυνατὰ γενέσθαι ἄνευ τῆς τῶν μέσων εὑρέσεως. *Hoc est. Oportet enim omnia proportionaliter augeri, & crassitudines, & magnitudines, & foramina, & schoinicidas, & neruos immissos. Quæ sine mediarum inuentione fieri non possunt. Nec aliud quicquam Eratosthenes in hac re prosequitur. Quomodo autem talis inuentio linearum habeatur, non ex ipsius institutione docebo, cùm non nisi per organon fiat, sed ea forma, quam libello nuper edito monstraui. Esto in balista quæ duapondo saxum mittere debet, diametros foraminis linea B C. Oportet iam inuenire diametron foraminis in balista quæ quatuor pondo saxum mittere debet. Extendatur linea B C in D, ita vt sit C D dupla ipsius B C, & linea B D secta per æqualia in signo G, centro quidem G, spatio verò G B describatur circulus B E D F, & ex centro G ipsi B D pros orthas erigatur linea G E, & in peripheria*

ED, pauxillum extra E, sumpto signo agatur intra circulum linea recta EC F, & ex linea C D abscindatur ipsi C F, æqualis C H, & connectantur H E, & F B. His ita descriptis, si fuerit linea B F ipsi E H parallos, dico quod duæ lineæ F C, & C E inter duas lineas B C, & C D sunt cõtinuè proportionales, hoc est, sicut se habet B C ad C F, ita C F ad C E, & C E ad C D. Demonstrationem problematis hîc ego non repeto. Erit itaque linea C F diametros foraminis in balista, quæ quatuor pondo saxum mittere debet: quam oportuit inuenire. Ad calculum autem si fiat examen fueritque linea B C digitorum quinque, erit linea C F pauxillo maior ea mensura quam supra posui, scilicet digitorum sex, cum digiti septem vigesimis quartis, sed discrimine tantillo, vt nec etiam circino scrupulosè quærenti deprehendi possit. Et hæc de ratione foraminis per lineas indicasse sufficiat. De reliqua autem balistæ structura nihil adhuc exploratum satis habemus. Interea tamen locus hîc proportionum restitutus, quod est rei fundamentum, grandem fenestram ad intelligentiæ lucem μηχανικῶν studiosis aperiet.




FINIS.

# EX QVINQVE LIBRIS LOGISTICAE SENTENTIARVM, AT-

*que locorum notabilium compendiarius index paginarum numero digestus.*



Nume

FINIS.

*Errata ſic corrigito.*

Pagina 26.linea 9,vbi eſt quolidet,lege quodlibet.pag.43. lin.26.loco prouenier legendum proueniat. pag.57.lin.15. pro Hac repone Has pag.59.lin.20.vbi eſt o repone 8. Et in principio ſequentis pro ſine,legendũ ſiue.pag.146.lin.3. vbi eſt conferantur repone auferantur.pag.235.lin. penultima pro nauis corrige naues. pagi.275.in principio male eſt quingenta pro quinquaginta.pag.283.lin.9.poſſet mutabis in poſsit.pag.289.lin.18.loco nouas legendum nonas pag.302.lin.penulti.poſt quod adde eſt.pag.313.lin.9.pro connexa mutandum conuexa.

it p
el opa
pensare·i·e·nobis·qz nō possunt